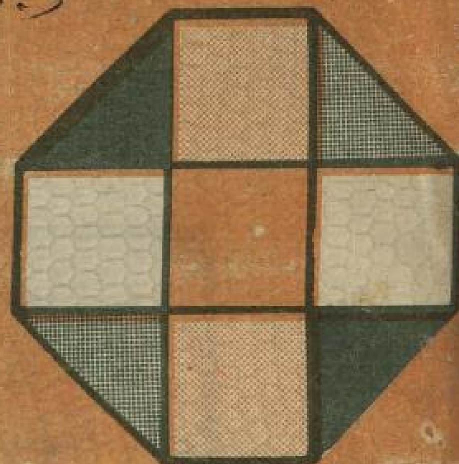
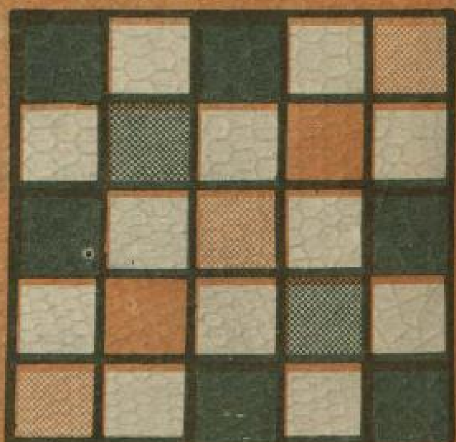
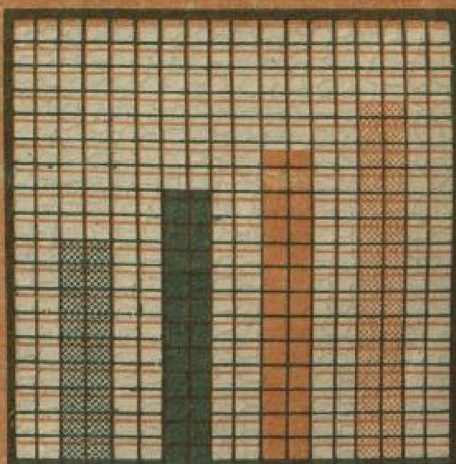
ریاضی 7





ناشر

نیو کریسنٹ پبلشرز، اُردو بازار لاہور

برائے:

پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ، لاہور

کتاب بہترین ساتھی ہے
اس سے پیار کیجیے
اسے ضائع ہونے سے بچائیے

اپیل

پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ ایک قومی ادارہ ہے جو پنجاب کے طلبہ کے لیے معیاری اور سستی نصابی کُتب بروقت مہیا کرنے کے لیے کوشش کرتا ہے۔ مگر کچھ جعل ساز ناجائز منافع کے لیے بورڈ کی شائع کردہ کُتب کے جعلی ایڈیشن گھٹیا کاغذ پر ناقص طباعت کے ساتھ مارکیٹ میں فروخت کرنے کی کوشش کرتے ہیں اور بورڈ کو مالی نقصان پہنچانے کے علاوہ اس کی بدنامی کا سبب بھی بنتے ہیں۔ طلبہ اور والدین سے توقع کی جاتی ہے کہ ایسی کُتب کی اطلاع بورڈ کو دیں تاکہ ضروری سدِباب کیا جا سکے۔ بورڈ کی نصابی کتابوں کی نشاندہی بورڈ کے اس نشانِ خصوصی سے ہوتی ہے جو ہر کتاب کے سرورق پر چھپا ہوتا ہے۔

عبدالوحید

چیئرمین
پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ
21-ای-2-گلبرگ-3-لاہور

ریاضی

برائے جماعت ہفتم



ناشر

نیو کریسنٹ پبلشرز، اردو بازار لاہور

برائے

پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ، لاہور

ضروری اطلاع برائے اساتذہ / طلبہ

وزارتِ تعلیم (شعبہ نصاب) کی ہدایات بموجب چٹھی نمبر Maths - 83/1-3 کے پیشِ نظر کتاب ہذا میں حسابی جملوں / عبارات کو بائیں سے دائیں لکھا گیا ہے لہٰذا اساتذہ کرام سے گزارش ہے کہ بچّوں کو پڑھاتے وقت تمام حسابی جملوں / عبارات کو بائیں سے دائیں پڑھیں اور تحریر فرمائیں۔

اس سلسلے میں اگر بہتری کی کوئی صورت ممکن ہو تو ازراہِ کرم بورڈ کو اپنی قیمتی رائے سے نوازیں۔ شکریہ!

پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ، لاہور

تیار کردہ : پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ
منظور شدہ : قومی ریویو کمیٹی وفاقی وزارت تعلیم حکومتِ پاکستان

مُصنّفین :

- ڈاکٹر اکبر علی
- شمشاد محمّد لودھی
- خالد سلیم
- شیخ محمّد اختر
- سیّد امیر حُسین نقوی
- ڈاکٹر محمّد کلیم
- ڈاکٹر خالد لطیف میؔر

مدیران :

- مس منوّر رشید
- مقصُود رضا احمد

نگران : مقصُود رضا احمد

- کتابت : ریاض عابد، لاہور

ناشر : الحاج عبدالمجید قریشی
نیو کریسنٹ پبلشرز، اُردو بازار، لاہور

پرنٹرز : اسلم پرنٹرز قذافی سٹریٹ اردو بازار لاہور

فہرست

باب 1

بسم اللہ الرحمن الرحیم

سیٹ

دُوسروں تک اپنی بات پہنچانے کا ذریعہ زبان ہے۔ زبان کی بھی کئی صُورتیں ہیں۔ ایک صُورت یہ ہے کہ اشاروں کی زبان میں بات کی جائے۔ بچہ جب تک بولنا نہیں سیکھ جاتا، اپنی بات رو کر، مختلف آوازیں نکال کر اور اشاروں سے اپنے ماں باپ اور دُوسروں تک پہنچاتا ہے۔ جب بولنا سیکھ جاتا ہے تو مادری زبان کے ذریعہ دوسروں کی بات سمجھنے اور اپنی بات پہنچانے کی کوشش کرتا ہے۔ جب ذرا بڑا ہوکر سکول پہنچتا ہے تو اپنی مادری زبان کے ذریعے پڑھنا لکھنا سیکھنے کے علاوہ قومی زبان اُردو سیکھنے کی کوشش کرتا ہے۔ کالجوں اور یونیورسٹیوں کی سطح پر کئی مضامین انگریزی میں پڑھائے جاتے ہیں۔ اِس طرح مختلف قسم کی زبانوں سے ہمارا واسطہ پڑتا رہتا ہے۔ جس قسم کی ضرورت ہوتی ہے اُسی کے مُطابق ہم زبان سیکھنے کے عمل کو آگے بڑھاتے چلے جاتے ہیں۔ جہاں ہم مختلف مضامین پڑھنے کے لیے قومی زبان اُردو یا کوئی اور زبان استعمال کرتے ہیں وہاں ہر مضمون کی اپنی مخصوص زبان بھی ہوتی ہے، جنھیں علامات، اصطلاحات وغیرہ کہتے ہیں اسی طرح ریاضی کی بھی اپنی مخصوص زبان ہے جس میں بہُت سی علامات اور اصطلاحات استعمال ہوتی ہیں مثلاً

عدد، عددی علامتیں، جمع، تفریق، ضرب، تقسیم، کسور عام، کسور اعشاریہ، فی صد، اوسط وغیرہ ریاضی کی اصطلاحات ہیں۔ اسی طرح

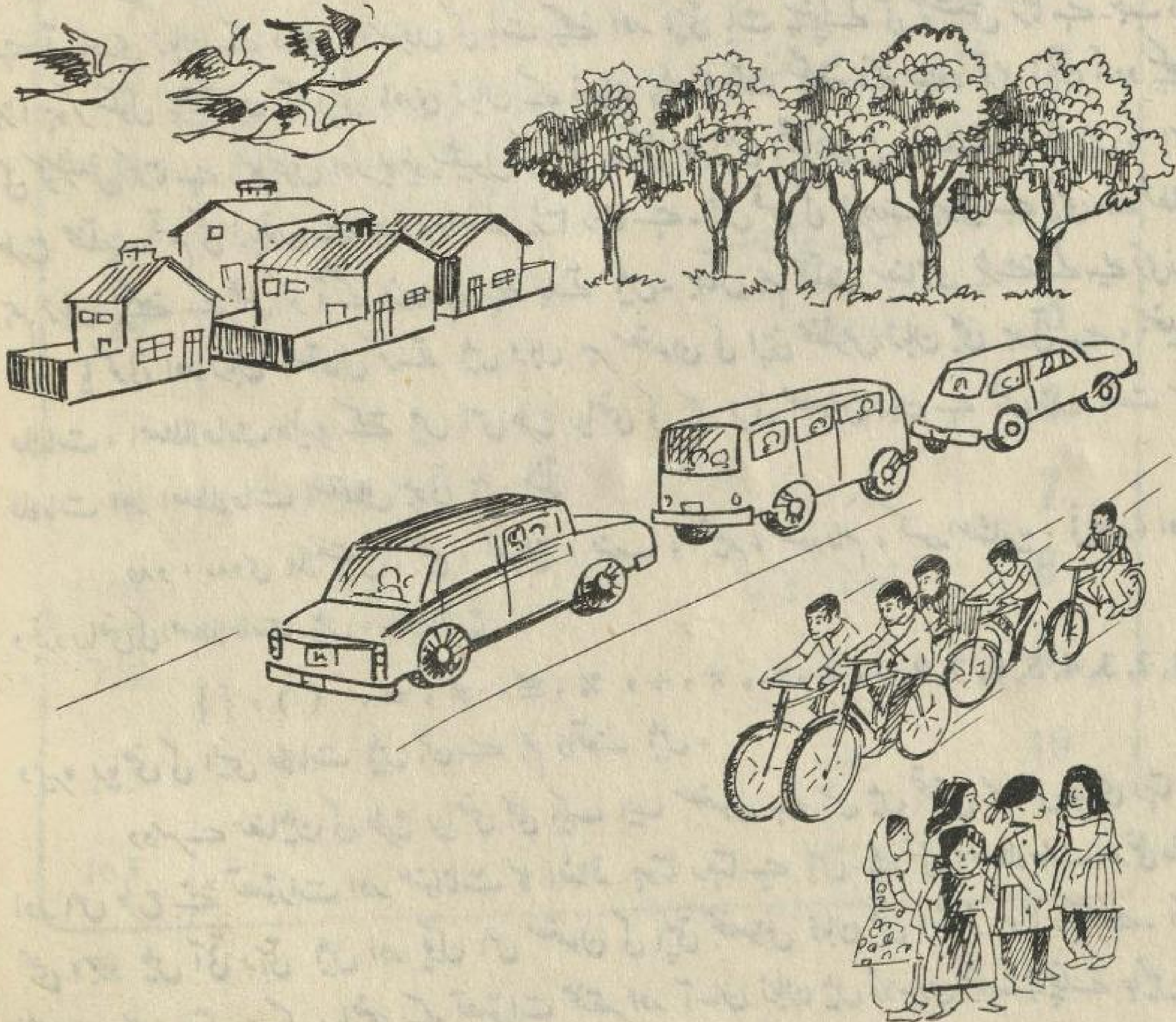
0 , 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 , + , − , × , ÷ , % , ≅ , ≠ , = , ( ) , { }

وغیرہ ریاضی کی ایسی علامات ہیں جن سے ہم واقف ہیں۔

دوسرے مضامین کی طرح ریاضی بھی ایک ایسا مضمون ہے جس میں تحقیق کا عمل جاری رہتا ہے۔ اور اس طرح نئے تصوّرات اور عنوانات کا اضافہ ہوتا رہتا ہے اِس لیے نئی اصطلاحات اور نئی علامتیں بھی وجود میں آتی رہتی ہیں اور یُوں اس مضمون کی اپنی مخصوص زبان میں اضافہ ہوتا رہتا ہے۔ ایک مقصد یہ بھی ہوتا ہے کہ ریاضی کے تصوّرات مختصر اور آسان زبان میں دُوسروں تک پہنچائے جائیں۔ زبان ریاضی کی توسیع کے اس مسلسل عمل میں سیٹ کے تصوّرات کو ریاضی کی بُنیادی زبان کا درجہ حاصل

ہوتا جا رہا ہے۔

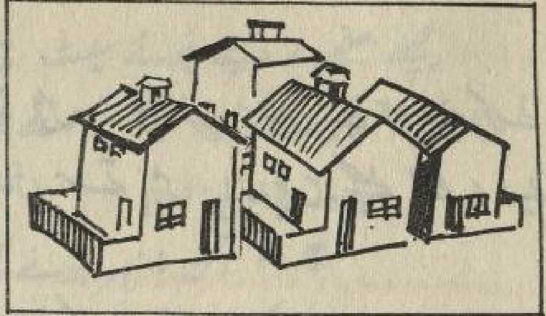
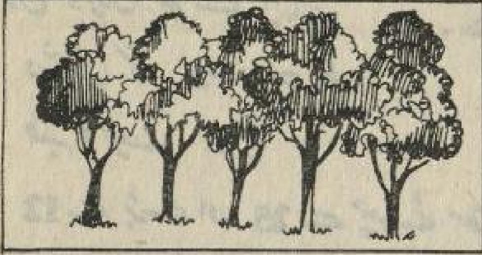
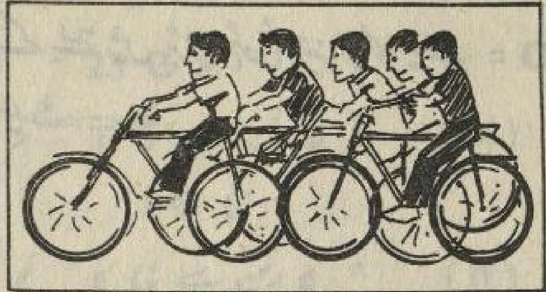
یہ تصورات انیسویں صدی میں جارج کینٹر (George Canter) کی سوچ کے نتیجے میں ایک الگ نظریے کے طور پر وجود میں آئے لیکن ان تصورات نے ریاضی کی مختلف شاخوں کو آپس میں مربوط کرنے میں اہم کردار ادا کیا ہے اور اس طرح سیٹ کے تصورات کا استعمال بحیثیت زبان ریاضی بڑھتا چلا جا رہا ہے۔ اِس لیے ریاضی کے ہر طالب علم کے لیے ان کا سمجھنا ضروری ہے۔ اس کا تصور کوئی مشکل نہیں ہے۔ بلکہ ہمارے روزمرہ سے اِس کا بہت تعلق ہے اور اس کا استعمال ہمیں بہت سے الفاظ کے استعمال سے بچاتا ہے۔ اس کی بجائے ہم صرف ایک لفظ سیٹ استعمال کر سکتے ہیں۔ اِس بات کی وضاحت مندرجہ ذیل ہے۔



اُوپر ایک مصروف سڑک کی تصویر ہے۔ اس میں ہم کیا دیکھتے ہیں۔

تصویر میں ہم مندرجہ ذیل چیزیں دیکھتے ہیں۔




یہاں 'جھنڈ'، 'قطار'، 'گروہ'، 'غول' وغیرہ کے جو الفاظ استعمال ہُوئے ہیں، اِن سے اجتماع کا مفہوم حاصل ہوتا ہے اور ہم دیکھتے ہیں کہ تقریبًا ہر قسم کے اجتماع کے لیے ایک الگ لفظ استعمال ہُوا ہے۔ ریاضی میں ہر قسم کے اجتماع کے لیے لفظ "سیٹ" استعمال ہوتا ہے۔ اِس لیے ریاضی کی زبان میں ہم کہہ سکتے ہیں:

(1) درختوں کا سیٹ ، کاروں کا سیٹ ، لڑکیوں کا سیٹ ، سائیکل سواروں کا سیٹ ، پرندوں کا سیٹ ، بسوں کا سیٹ ، مکانوں کا سیٹ۔

(2) اِسی طرح کمرۂ جماعت میں موجود کئی چیزوں کے سیٹ لیے جا سکتے ہیں۔ مثلاً طلبہ کا سیٹ ، پنسلوں کا سیٹ ، کرسیوں کا سیٹ ، میزوں کا سیٹ ، تختیوں کا سیٹ، اساتذہ کا سیٹ؛ اسلم کے بستے میں پڑی ہوئی چیزوں کا سیٹ ۔ کمرۂ جماعت میں موجود چیزوں کا سیٹ (اس سیٹ میں وُہ تمام اشیاء شامل ہوں گی جو کمرے میں موجود ہیں۔ مثلاً طلبہ ، معلم ، پنسلیں ، کُرسیاں وغیرہ)۔

(3) ہم اعداد کے مختلف سیٹ بھی لے سکتے ہیں۔ مثلاً

(i) دس سے چھوٹے قُدرتی اعداد کا سیٹ

(ii) 12 سے بڑے اور 25 سے چھوٹے مفرد اعداد کا سیٹ

(iii) 15 سے لے کر 30 تک مرکب اعداد کا سیٹ وغیرہ

1.1 سیٹوں کے نام

جس طرح ہم انسانوں اور دوسری چیزوں کے نام رکھتے ہیں۔ اسی طرح سیٹوں کے نام ظاہر کرنے کے لیے بڑے انگریزی حروف A, B, C, D وغیرہ استعمال ہوتے ہیں۔ اس طرح پچھلے صفحے پر دیے گئے سیٹوں کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

درختوں کا سیٹ = A

لڑکیوں کا سیٹ = B

طلبہ کا سیٹ = C

اسلم کے بستے میں پڑی ہوئی چیزوں کا سیٹ = D

12 سے بڑے اور 25 سے چھوٹے مفرد اعداد کا سیٹ = E

1.2 سیٹ کے ممبران یا ارکان :

کسی سیٹ میں شامل اشیا کو اس سیٹ کے ممبران یا ارکان کہا جاتا ہے۔ مثلاً اگر

(i) درختوں کا سیٹ = A

تو سیٹ A کے ارکان یا ممبران " درخت " ہوں گے۔

(ii) اسلم کے بستے میں پڑی ہوئی چیزوں کا سیٹ = D

تو سیٹ D کے ارکان یا ممبران قلم، دوات، کتابیں، پنسل وغیرہ ہوں گی۔ یعنی جو بھی چیزیں اسلم کے بستے میں ہوں گی وہ D کے ممبران یا ارکان ہوں گے۔

(iii) 12 سے بڑے اور 25 سے چھوٹے مفرد اعداد کا سیٹ = E

تو سیٹ E کے ارکان

13, 17, 19, 23 ہوں گے کیونکہ صرف یہی مفرد اعداد ہیں جو 12 سے بڑے اور 25 سے چھوٹے ہیں۔

(iv) انگریزی کے پہلے پانچ حروفِ تہجّی کا سیٹ = G

a, b, c, d اور e سیٹ G کے ممبران یا ارکان ہوں گے۔

نوٹ : سیٹ G کے ارکان کو انگریزی کے چھوٹے حروفِ تہجّی ..... ,a, b, c, d سے ظاہر کیا گیا ہے۔

1.3 "رُکن ہونے" یا "رُکن نہ ہونے" کی علامت :

پچھلے صفحے پر دیے ہُوئے سیٹ G اور E کو سامنے رکھتے ہُوئے اگر کہا جائے کہ :-

(i) 13 "رکن ہے E کا" تو اسے علامت میں لکھیں گے

$$13 \in E$$

" $\in$ " رکن یا ممبر ہونے کی علامت ہے۔

(ii) " 23 رکن ہے E کا " کو لکھیں گے۔

$$23 \in E$$

(iii) " b رکن ہے G کا " کو لکھیں گے۔

$$b \in G$$

(iv) " d رکن ہے G کا " کو لکھیں گے۔

$$d \in G$$

" رکن نہیں ہے " کے لیے علامت ہے $\notin$ اِس لیے

(i) " 29 رکن نہیں ہے E کا " کو لکھیں گے

$$29 \notin E$$

(ii) " f رکن نہیں ہے G کا " کو لکھیں گے

$$f \notin G$$

1.4 سیٹ کے لیے علامت :

سیٹ کے لیے یہ علامت { } استعمال ہوتی ہے۔

یعنی درمیانے خطوط وحدانی

جب علامت { } استعمال کرتے ہیں تو لفظ "سیٹ" استعمال نہیں کیا جاتا۔ مثلاً

E= 12 سے بڑے اور 25 سے چھوٹے مفرد اعداد کا سیٹ

کو لکھیں گے

E= {12 سے بڑے اور 25 سے چھوٹے مفرد اعداد}

اسی سیٹ E کو یوں بھی لکھ سکتے ہیں۔

$$E = \{13, 17, 19, 23\}$$

یہاں سیٹ E کے تمام ارکان کو لکھ دیا گیا ہے یا درج کر دیا گیا ہے۔
اگر

H = 15 سے 30 تک مرکب اعداد کا سیٹ

تو H کو یوں لکھیں گے۔

H = {15 سے 30 تک مرکب اعداد}

یا

$$H = \{15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 30\}$$

$20 \in H$, $22 \in H$, $23 \notin H$, $26 \in H$, $29 \notin H$,

$30 \in H$

1.5 سیٹ کے تصوّر سے متعلّق چند خاص نکات :

(i) سیٹ کے ارکان واضح ہونے چاہییں ، تا کہ اُن کے بارے میں یہ طے کیا جا سکے کہ وہ زیر غور سیٹ میں شامل ہیں یا نہیں۔ مثلاً

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$$

ظاہر ہے کہ سیٹ A میں اعداد

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14

ہی شامل ہیں اور ان کے علاوہ کوئی اور عدد A کا رکن نہیں ہے۔ مثال کے طور پر اگر پوچھا جائے کہ "کیا 16 سیٹ A کا رکن ہے ؟" تو ہم بتا سکتے ہیں کہ

$$16 \notin A$$

ایک اور مثال لیجیے۔

B = ان شہروں کے ناموں کا سیٹ جو صُوبہ جات پاکستان کے دارالحکومت ہیں

سیٹ B کے ارکان واضح ہیں کیونکہ پاکستان کا کوئی شہر جو کسی صُوبے کا دارالحکومت نہیں، سیٹ B کا رکن نہیں ہو سکتا۔ مثلاً

فیصل آباد سیٹ B کا رکن نہیں ہے کیونکہ یہ کسی صُوبے کا دارالحکومت نہیں۔ مگر پشاور سیٹ B کا رکن ہے کیونکہ یہ صوبہ سرحد کا دارالحکومت ہے۔

(ii) ارکان کے واضح ہونے سے ایک مراد یہ بھی ہے کہ اُن کے بارے میں کسی قسم کا ابہام یا اختلاف رائے موجود نہ ہو۔ مثلاً یہ کہنا درست نہیں ہوگا کہ

چھوٹے قدرتی اعداد کا سیٹ = C

کیونکہ ہم نہیں بتا سکتے کہ سیٹ C میں کون سے ارکان شامل ہیں اور کون سے ارکان شامل نہیں۔ کیونکہ یہ واضح نہیں کہ "چھوٹے قُدرتی اعداد" سے کیا مُراد ہے؟

لیکن یہ کہنا درست ہوگا کہ

26 سے چھوٹے قُدرتی اعداد کا سیٹ = D

یا

100 سے چھوٹے قدرتی اعداد کا سیٹ = E وغیرہ

کیونکہ ہم بتا سکتے ہیں کہ سیٹ D میں 1 سے لے کر 25 تک قدرتی اعداد شامل ہیں اور سیٹ E میں 1 سے لے کر 99 تک قدرتی اعداد شامل ہیں۔ مثلاً

$25 \in D$, و $26 \notin D$,

$17 \in D$, و $21 \in D$

$100 \notin E$, $43 \in E$, اور $98 \in E$

اسی طرح یہ کہنا درست نہ ہوگا کہ

ان شہروں کے ناموں کا سیٹ جو مختلف صوبوں کے دارالحکومت ہیں = F

کیونکہ یہ واضح نہیں کہ یہاں کون سے صوبے مُراد ہیں؟ اس سے مُراد کسی ایک مُلک کے صُوبے ہیں کسی ایک برِّاعظم کے ممالک کے صُوبے ہیں یا ساری دُنیا کے ممالک کے صُوبے ہیں؟

زیرِ غور اشیا مبہم ہیں اور ان کے متعلّق اختلافِ رائے ہو سکتا ہے۔

کسی سیٹ میں ایک ہی شے کو بار بار شامل نہیں کیا جانا چاہیے۔

مثلاً یہ کہنا غلط ہوگا کہ

2, 4, 6, 4, 8, 2, 4, 10

کسی سیٹ کے ارکان ہیں۔ کیونکہ 2 دو بار اور 4 تین بار آیا ہے۔ اس طرح ارکان کے

درمیان فرق قائم کرنا ممکن نہیں رہتا۔ لہٰذا یہ ضروری ہے کہ سیٹ کے ارکان کے درمیان تکرار نہیں ہونا چاہیے تاکہ ارکان کے درمیان امتیاز قائم رہے۔

(iii) سیٹ میں شامل ارکان کی اقسام :

کسی سیٹ میں شامل ارکان ایک ہی یا مختلف انواع کے ہو سکتے ہیں۔

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

B = {آدمی ، سائیکل ، میز ، بکری}

سیٹ A کے ارکان ایک جیسے ہیں کیونکہ قدرتی اعداد ہیں۔
جبکہ سیٹ B کے ارکان مختلف نوع کے ہیں۔

(iv) سیٹ کے ارکان کی ترتیب :

سیٹ کے ارکان کی ترتیب اہم نہیں ہوتی۔
مثلاً

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$$

کو یوں بھی لکھا جا سکتا ہے۔

$$A = \{6, 14, 10, 8, 12, 2, 4\}$$

سیٹ سے متعلق درج بالا نکات کو مدِنظر رکھتے ہوئے سیٹ کے تصور کو یوں بیان کیا جا سکتا ہے۔

سیٹ ایسی واضح اشیا کے اجتماع کا نام ہے جن کے درمیان امتیاز قائم کیا جا سکے

مشق 1.1

1 - اگر

$$A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32\}$$

تو مندرجہ ذیل میں سے درست بیانات بتائیے۔

(i) $8 \in A$
(ii) $20 \in A$
(iii) $15 \in A$
(iv) $24 \in A$
(v) $27 \in A$
(vi) $32 \in A$
(vii) $19 \in A$

2- $A=\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ و $B=\{1, 2, 3, 4, 6\}$

تو بتائیے کہ مندرجہ ذیل میں سے کون سے بیانات درست ہیں ؟

(i) $9 \in A$ (ii) $4 \in B$ (iii) $6 \in A , 6 \in B$ *

(iv) $4 \notin B$ (v) $3 \in A$ (vi) $2 \in A , 2 \in B$ *

(vii)* $4 \in A , 4 \in B$ (viii) $4 \notin A$ (ix) $9 \notin A$

3 - مندرجہ ذیل میں سے کون سے اجتماعات کو سیٹ نہیں کہہ سکتے اور کیوں ؟

(i) $A=\{ a, b, c, c, d, e, e, f \}$

(ii) $B=\{ a, b, c, d, e, f \}$

(iii) C = { ہاکی کے اچھے کھلاڑی }

(iv) D= { ہمارے سکول کے کرکٹ کے کھلاڑی }

(v) E = { قلم ، قلم ، عینک ، دوات ، چابی ، چابی }

(vi) F = { خوبصورت لڑکے }

4- بتائیے کہ کیا :-

(i) کتابیں اور طلباء ایک ہی سیٹ کے ممبر ہو سکتے ہیں ؟

(ii) عینک ، قلم ، کرسی ، بالٹی ایک ہی سیٹ کے رُکن ہو سکتے ہیں ؟

(iii) $A = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ کو اس طرح لکھا جا سکتا ہے۔

کہ $A=\{11, 2, 7, 3, 5\}$

5 - مندرجہ ذیل خالی جگہوں کو $\in$ یا $\notin$ میں سے مناسب علامات لگا کر اس طرح پُر کیجیے کہ بیان درست بن جائے۔

(i) $6 \ldots \{2, 4, 8, 10\}$

(ii) 11.... { 3 کے اضعاف }

(iii) $15 \ldots \{3, 6, 9, 12, 15\}$

(iv) $18 \ldots \{6, 12, 18, 24\}$

(v) 8.... { 12 کے اجزائے ضربی }

نوٹ:* $4 \in A, 4 \in B$ کا مطلب ہے کہ 4 سیٹ A اور B دونوں میں موجود ہے۔

1.6 متناہی و غیر متناہی سیٹ :

(i) اگر کسی سیٹ کے ارکان کی تعداد محدود ہو تو اُسے متناہی سیٹ کہتے ہیں۔ مثلاً

$A = \{2, 3, 5, 7, 11\}$

$B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \ldots, 500\}$

سیٹ B میں نقاط یہ ظاہر کرتے ہیں کہ 12 کے بعد 14، 14 کے بعد 16 آتا ہے اور یہ سلسلہ اسی طرح 500 تک جاتا ہے۔

C = 100 سے چھوٹے قدرتی اعداد کا سیٹ

کسی متناہی سیٹ میں (ماسوائے خالی سیٹ کے) اس کا پہلا اور آخری رکن یا تو معلوم ہوتا ہے یا معلوم کیا جا سکتا ہے (بشرطیکہ ارکان میں ایک خاص ترتیب پائی جاتی ہو) مثلاً سیٹ A اور B میں پہلے اور آخری ارکان معلوم ہیں اور سیٹ C میں پہلا اور آخری رکن معلوم کیا جا سکتا ہے۔ اس میں پہلا رُکن "1" اور آخری رُکن "99" ہے۔

(ii) اگر کسی سیٹ کے ارکان کی تعداد محدود نہ ہو تو اُسے غیر متناہی سیٹ کہتے ہیں۔ مثلاً

$D = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \ldots\ldots\}$

سیٹ D میں نقاط یہ ظاہر کرتے ہیں کہ 12 کے بعد 14، 14 کے بعد 16 آتا ہے یہ سلسلہ اسی طرح جاری رہتا ہے اور کہیں ختم نہیں ہوتا۔

$I = \{\ldots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$

یہ صحیح اعداد کا سیٹ ہے

N = قدرتی اعداد کا سیٹ

غیر متناہی سیٹوں میں بعض دفعہ پہلا رکن معلوم ہوتا ہے مگر آخری رکن معلوم نہیں ہوتا جیسا کہ سیٹ D میں پہلا رکن 2 ہے مگر آخری رکن معلوم نہیں کیا جا سکتا۔

سیٹ N میں پہلا رکن معلوم کیا جا سکتا ہے اور وہ 1 ہے۔ مگر آخری رُکن معلوم نہیں کیا جا سکتا۔

یوں بھی ہوتا ہے کہ غیر متناہی سیٹ میں نہ تو پہلا رکن معلوم ہوتا ہے اور نہ ہی آخری رُکن۔ جیسا کہ سیٹ I میں ہے۔

ضروری نوٹ : پہلے اور آخری رُکن وغیرہ کی بات صرف اس صورت میں کی جا سکتی ہے۔ جب سیٹوں کے ارکان میں ایک خاص ترتیب ہو جو کہ عام طور پر ہوتی ہے۔ کیونکہ زیادہ تر ہمارا واسطہ اعداد کے سیٹ سے ہوتا ہے جن کے ارکان میں عموماً ایک ترتیب موجود ہوتی ہے۔

1.7 سیٹوں کو ظاہر کرنے کے طریقے :

یہاں صرف دو طریقوں کا ذکر کیا جائے گا۔ ان میں سے ایک طریقہ اندراج اور **دوسرا طریقہ** بیانیہ ہے۔

(i) طریقہ اندراج :

جب سیٹ متناہی ہوں۔

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

A کو طریقہ اندراج سے ظاہر کیا گیا ہے۔ ارکان کی تعداد صرف **12** ہے اور ان تمام ارکان کا درج کرنا مشکل یا ناممکن نہیں ہے اس لیے تمام ارکان درج کر دیے گئے ہیں۔

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots, 1000\}$$

B کے ارکان کی تعداد ایک ہزار ہے۔ گو B کے تمام ارکان کا درج کرنا ناممکن نہیں لیکن وقت طلب ضرور ہے اس لیے آسانی کی خاطر چند ارکان لکھ کر ان کے بعد نقاط لگا دیے جاتے ہیں اور پھر دی ہوئی ترتیب یا اصول کے مطابق آخری رکن لکھ دیا جاتا ہے۔
B میں ترتیب یا اصول یہ ہے کہ ارکان ایک ایک کر کے بڑھ رہے ہیں اور آخری رکن 1000 ہے۔
B کے رکن 5 کے بعد نقاط یہ ظاہر کرتے ہیں کہ 5 کے بعد 6، 6 کے بعد 7 اور 7 کے بعد 8 آتا ہے وغیرہ وغیرہ۔

جب سیٹ غیر متناہی ہوں۔

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots\ldots\}$$

N کو طریقہ اندراج سے ظاہر کیا گیا ہے۔ 6 کے بعد نقاط یہ ظاہر کرتے ہیں کہ 6 کے بعد 7، 7 کے بعد 8، 8 کے بعد 9 آتا ہے اور یہ سلسلہ اسی طرح جاری رہتا ہے اور کہیں ختم نہیں ہوتا۔

$$I=\{\ldots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \ldots\ldots\}$$

I صحیح اعداد کا سیٹ ہے اور غیر متناہی ہے۔ دونوں طرف نقاط یہ ظاہر کرتے ہیں کہ دونوں طرف سلسلہ غیر متناہی ہے۔

(ii) طریقہ بیانیہ :

اِس طریقے کے تحت کسی سیٹ کو ارکان کی تعریفی خاصیت (Defining Property) کے مطابق بیان کر دیا جاتا ہے۔ مثلاً ہم نے اُوپر جو سیٹ A لیا تھا وہ یہ ہے۔

$$A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

اِسے طریقہ بیانیہ سے یوں ظاہر کریں گے۔

A = پہلے بارہ قدرتی اعداد کا سیٹ

A کی " تعریفی خاصیت " یہ ہے کہ اس کے ارکان پہلے 12 قدرتی اعداد " ہیں۔ اِن کے علاوہ اور کوئی رکن نہیں۔ A کو یوں بھی ظاہر کیا جا سکتا ہے۔

A = 13 سے چھوٹے قدرتی اعداد کا سیٹ

یہاں " تعریفی خاصیت " کے الفاظ تبدیل کر دیے گئے ہیں کہ" 13 سے چھوٹے قدرتی اعداد" سیٹ A کے ارکان ہیں مگر ارکان میں کوئی فرق نہیں پڑا۔

اسی طرح

$$B=\{1, 2, 3, 4, 5, \ldots, 1000\}$$

کو طریقہ بیانیہ سے یوں ظاہر کریں گے۔

B = پہلے ایک ہزار قدرتی اعداد کا سیٹ

یا

B = 1001 سے چھوٹے قدرتی اعداد کا سیٹ

اُوپر دیے گئے سیٹ N اور I یوں ظاہر کیے جائیں گے :

N = قدرتی اعداد کا سیٹ

I = صحیح اعداد کا سیٹ

اگر

$$C=\{7, 6, 5, 4, 3, 2, 0, -1, -2, -3, -4, -5, -6, -7\}$$

اگر

$C =$ 8- سے بڑے اور 8 سے چھوٹے صحیح اعداد کا سیٹ

تو C کو طریقہ بیانیہ میں یوں لکھیں گے :

$D = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

تو D کو یوں لکھیں گے :

$D =$ 12 کے اجزائے ضربی کا سیٹ

$E = \{3, 6, 9, 12, 15\}$

کو لکھیں گے :

$E =$ 3 کے پہلے پانچ اضعاف کا سیٹ

1.8 اعداد کے سیٹ :

یہاں اعداد کے وہ سیٹ دیئے جا رہے ہیں جن سے ہمارا واسطہ اس کتاب میں پڑتا رہے گا۔

(i) $N =$ قدرتی اعداد کا سیٹ $= \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$

(ii) $I =$ صحیح اعداد کا سیٹ $= \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,\}$

صحیح اعداد کے سیٹ کو یوں بھی لکھ سکتے ہیں۔

(iii) $I = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \ldots\ldots\}$

(iv) $Z =$ مکمل اعداد کا سیٹ $= \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$

(v) منفی صحیح اعداد کا سیٹ $= \{\ldots -4, -3, -2, -1,\}$

(vi) مثبت صحیح اعداد کا سیٹ $= \{+1, +2, +3, +4, \ldots\ldots\}$

$= \{1, 2, 3, 4, \ldots\ldots\}$

خیال رہے کہ صفر نہ مثبت عدد ہے اور نہ ہی منفی عدد

تمام جفت اعداد کا سیٹ =

(vii) $\{0 \ldots, -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, \ldots\ldots\}$

ایسا صحیح عدد جو 2 پر پورا پورا تقسیم ہو جائے، جفت عدد کہلاتا ہے۔ باقی صحیح اعداد طاق اعداد کہلاتے ہیں۔

8- تمام طاق اعداد کا سیٹ = $\{\ldots\ldots, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, \ldots\ldots\}$

9- مثبت جفت اعداد کا سیٹ = $\{+2, +4, +6, +8 \ldots\ldots\}$

10- منفی جفت اعداد کا سیٹ = $\{\ldots\ldots -8, -6, -4, -2\}$

11- مثبت طاق اعداد کا سیٹ = $\{+1, +3, +5, +7, +9, \ldots\}$

12- منفی طاق اعداد کا سیٹ = $\{\ldots\ldots -9, -7, -5, -3, -1\}$

مشق 1.2

(i) مندرجہ ذیل میں سے کون سے سیٹ متناہی اور کون سے غیر متناہی ہیں ؟

1- $A = \{9, 12, 15, 18, 21, 24\}$

2- $B = \{-13, -17, -21, -25, -29\}$

3- $C = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, \ldots\ldots\}$

4- $D = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\}$

5- $E = \{-5, -15, -25, -35, \ldots\ldots\}$

6- $F = \{8, 16, 24, 32, 40, \ldots\ldots\}$

(ii) مندرجہ ذیل سیٹوں کو طریقہ بیانیہ میں لکھیے ۔

7- $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

8- $B = \{1, 4, 9, 16, 25\}$

9- $C = \{1, 2, 4, 8, 16\}$

10- $D = \{10, 20, 30, 40\}$

11- $E = \{a, b, c, d, e, f\}$

12- $F = \{a, e, i, o, u\}$

13- $G = \{2, 3, 5, 7, 11\}$

14- $H = \{5, 10, 15, 20, 25, \ldots\}$

15- $J = \{4, 6, 8, 9, 10, \ldots\ldots\}$

16- $K = \{\ldots\ldots -19, -18, -17, -16, -15\}$

17- $L = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$

(iii) مندرجہ ذیل سیٹوں کو طریقہ اندراج میں لکھیے ۔

18- -14 سے بڑے منفی جفت اعداد کا سیٹ

19- ‎-8 سے بڑے اور 3 سے چھوٹے صحیح اعداد کا سیٹ

20- ‎5 کے اضعاف کا سیٹ

21- ‎36 کے عادوں کا سیٹ

22- تمام جفت اعداد کا سیٹ

23- ‎7 کے پہلے پانچ اضعاف کا سیٹ

24- ‎m اور r کے درمیان حُروف تہجّی کا سیٹ

1.9 ایک سے ایک کی مطابقت :

فرض کیجیے امجد کے پاس گائے، انور کے پاس بکری، اکرم کے پاس گھوڑا اور احسان کے پاس بھینس ہے۔

اسی بات کا اظہار ایک اور طرح سے کر سکتے ہیں۔

A = {امجد ، انور ، اکرم ، احسان}

↕ ↕ ↕ ↕

B = {گائے ، بکری ، گھوڑا ، بھینس}

" امجد ⟵⟶ گائے " کا مطلب یہ ہے کہ " امجد کی ملکیت گائے اور گائے کا مالک امجد ہے"۔ یہ بھی کہا جا سکتا ہے کہ A میں شامل ہر شخص کی ملکیت B میں شامل کوئی ایک جانور ہے اور B میں شامل ہر جانور کا مالک A میں شامل کوئی ایک شخص ہے۔

ریاضی کی زبان میں اسے "ایک سے ایک کی مطابقت" قائم کرنا کہتے ہیں۔ اِس لیے ہم کہیں گے کہ A اور B میں "1 - 1 مطابقت" قائم کی جا سکتی ہے۔

اِسی طرح اگر

C = {منوّر ، منظور ، مدثر ، مزمّل ، محمود}

↕ ↕ ↕ ↕

D = {گائے ، بکری ، گھوڑا ، بھینس}

اور فرض کیجیے کہ منور کی ملکیّت گائے، منظور کی ملکیّت بکری، مدثّر کی ملکیت گھوڑا اور مزمّل کی ملکیت بھینس ہے تو ہم دیکھتے ہیں کہ C میں شامل محمُود ایک ایسا شخص ہے

جس کی ملکیت D میں کوئی جانور نہیں۔ یعنی C کے ہر رکن کے مطابق D میں ایک رکن موجود نہیں ہے مگر D کے ہر رکن کے مطابق C میں ایک رکن موجود ہے۔ اِس لیے C اور D میں "1 - 1 مطابقت" قائم نہیں کی جا سکتی۔ پس

" اگر دو سیٹ A اور B اس طرح ہوں کہ A کے ہر رکن کے لیے B میں ایک اور صرف ایک رکن موجود ہو اور B کے ہر رکن کے لیے A میں ایک اور صرف ایک رکن موجود ہو تو A اور B میں "1 - 1 مطابقت" موجود ہے۔"

مثال : اگر $E = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$ ، $F = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$

تو E اور F میں ایک سے ایک مطابقت قائم کیجیے۔

حل :

$$E = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$$

$$\updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow$$

$$F = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$$

$$2 \longleftrightarrow 1, \quad 4 \longleftrightarrow 3, \quad 6 \longleftrightarrow 5, \quad 8 \longleftrightarrow 7,$$

$$10 \longleftrightarrow 9, \quad 12 \longleftrightarrow 11, \quad 14 \longleftrightarrow 13$$

E کے ہر رکن کے مطابق F میں ایک اور صرف ایک رکن موجود ہے۔ اور اسی طرح F کے ہر رکن کے مطابق E میں ایک اور صرف ایک رکن موجود ہے۔ اِس لیے E اور F میں ایک سے ایک کی مطابقت موجود ہے۔

1.10 مترادف و غیر مترادف سیٹ :

(i) مترادف سیٹ :

اگر دو سیٹوں کے درمیان ایک سے ایک کی مطابقت قائم کی جا سکے تو ایسے دو سیٹ مترادف سیٹ کہلاتے ہیں۔

مثال 1 میں دیے گئے سیٹ E اور F مترادف سیٹ ہیں۔

مثال : اگر

$$M = \{2, 3, 5\ 7, 11, 13, 17\}$$

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

تو کیا M اور N مترادف سیٹ ہیں۔

حل :

$$M = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17\}$$

$$\updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow$$

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$2 \longleftrightarrow 1, \quad 3 \longleftrightarrow 2, \quad 5 \longleftrightarrow 3, \quad 7 \longleftrightarrow 4,$$

$$11 \longleftrightarrow 5, \quad 13 \longleftrightarrow 6, \quad 17 \longleftrightarrow 7.$$

M کے ہر رکن کے مطابق N میں ایک اور صرف ایک رکن موجود ہے۔
اس طرح N کے ہر رکن کے مطابق M میں ایک اور صرف ایک رکن موجود ہے۔
M اور N میں ایک سے ایک کی مطابقت (1 - 1 مطابقت) موجود ہے۔
لہذا M اور N مترادف سیٹ ہیں۔

(ii) غیر مترادف سیٹ :

اگر دو سیٹوں کے درمیان ایک سے ایک کی مطابقت قائم نہ کی جا سکے تو ایسے دو سیٹ غیر مترادف سیٹ کہلاتے ہیں۔

مثال : اگر $G = \{4, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16\}$

$$\updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow$$

$$H = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

تو کیا G اور H مترادف سیٹ ہیں۔

حل : G کے ہر رکن کے مطابق H میں ایک اور صرف ایک رکن موجود نہیں ہے۔ کیونکہ G کے ارکان 15 اور 16 کے مطابق H میں کوئی رکن موجود نہیں گو H کے ہر رکن کے مطابق G میں ایک رکن موجود ہے۔ لہذا G اور H غیر مترادف سیٹ ہیں۔

مشق 1.3

ہر سوال میں دیے گئے سیٹوں میں "1 - 1 مطابقت" قائم کرنے کے عمل سے بتائیے کہ آیا دو سیٹ مترادف ہیں یا غیر مترادف ؟

1- $A = \{-1, -2, -3, -4, -5, -6\}$
$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

2- $C = \{-2, -4, -6, -8, -10, -12\}$

$D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6,\}$

3- E = { ل، م، ی، د، ج، س، ن }

F = { خ، س، ی، ن }

4- $G = \{31, 41, 51, 61, 71, 81, 91\}$

$H = \{13, 14, 15, 16, 17,\}$

5- $J = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17\}$

$K = \{3, 9, 15, 21, 27, 33, 39, 45, 51\}$

6- $A = \{a, e, i, o, u\}$

$B = \{1, 2, 3, 4\}$

7- $C = \{2, 4, 6, 8, 10, \text{-----}, 20\}$

$D = \{1, 3, 5, \text{----------}, 19\}$

8- $E = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\}$

$F = \{4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16\}$

9- $G = \{1, 2, 3, 4, 5, \text{-------}, 50\}$

$H = \{5, 10, 15, 20, 25 \text{------}, 250\}$

1.11 یونیورسل سیٹ :

یونیورسل سیٹ سے مراد ایسا سیٹ ہے جو کسی زیرِ غور مسئلہ سے تعلق رکھنے والے تمام ارکان پر مشتمل ہو۔

یونیورسل سیٹ کو عموماً U سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

اس سیٹ کا اِنتخاب ضرورت کے مطابق کیا جاتا ہے۔ مثلاً عام طور پر اس جماعت میں اعداد سے متعلق زیرِ غور مسائل میں یونیورسل سیٹ صحیح اعداد کا سیٹ ہوگا۔ لیکن ایسا بھی ہوتا ہے کہ اگر کسی مسئلہ میں ہمارا تعلق صرف سو قدرتی اعداد سے ہو تو

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\ldots, 100\}$$

اور اگر ہمارا تعلق پہلے بیس قدرتی اعداد سے ہو تو

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, \text{------}, 20\}$$

لے سکتے ہیں۔

اگر کسی مسئلے کا تعلق ہمارے سکول کی ساتویں جماعت کے طلبہ سے ہو تو U کے ارکان ہمارے سکول کی ساتویں جماعت کے طلبہ ہوں گے۔

1.12 سیٹوں کا تقاطع :

مثال 1 :

$$A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36\}$$
$$B = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49\}$$

A کے ارکان 4 کے پہلے نو اضعاف ہیں اور
B کے ارکان پہلے سات قدرتی اعداد کے مربع ہیں۔
A اور B کے ارکان میں سے وہ اعداد بتائیے جو 4 کے اضعاف بھی ہوں اور مکمّل مربّعے بھی ہوں۔
4، 16، 36 مکمّل مربعے بھی ہیں اور 4 کے اضعاف بھی ہیں۔
A اور B کے اُن ارکان کا سیٹ مندرجہ ذیل ہو گا جو 4 کے اضعاف بھی ہیں اور مکمّل مُربّعے بھی ہیں۔

$$\{4, 16, 36\}$$

یہ اُن تمام ارکان پر مشتمل سیٹ ہے جو A اور B دونوں میں شامل ہیں۔

> "کوئی سے دو سیٹ A اور B کے مشترک ارکان کا سیٹ A اور B کا تقاطع سیٹ کہلاتا ہے۔"

" A تقاطع B " کو علامت میں مندرجہ ذیل طریقے سے لکھیں گے۔

"$A \cap B$"

$$A \cap B = \{4, 16, 36\}$$

مثال 2 : اگر

$M = \{2, 4, 6, 8\}$

$N = \{4, 6, 9\}$

تو $M \cap N$ معلوم کیجیے۔

حل :

$M = \{2, 4, 6, 8\}$

$N = \{4, 6, 9\}$

$M \cap N = \{2, 4, 6, 8\} \cap \{4, 6, 9\}$

$= \{4, 6\}$

مثال 3 : اگر

$C = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\}$

$D = \{6, 12, 18, 24\}$

تو $C \cap D$ اور $D \cap C$ معلوم کیجیے۔

حل :

$C = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\}$

$D = \{6, 12, 18, 24\}$

$C \cap D = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\} \cap \{6, 12, 18, 24\}$

$= \{6, 12, 18, 24\}$

$= \{6, 12, 18, 24\}$ ---------- (i)

$D \cap C = \{6, 12, 18, 24\} \cap \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\}$

$= \{6, 12, 18, 24\}$ ---------- (ii)

نوٹ : (i) اور (ii) کی مدد سے $D \cap C = C \cap D$

1.13 خالی سیٹ :

مثال 1 : اگر

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$

$B = \{4, 6, 8, 9, 10, 12, 14\}$

تو $A \cap B$ معلوم کیجیے۔

مثال **2** : $P = \{$ 4 اور 5 کے درمیان قدرتی اعداد $\}$

حل : $P = \{$ 4 اور 5 کے درمیان قدرتی اعداد $\}$

$$= \{\ \}$$

$$= \phi$$

چونکہ 4 سے بڑا اور 5 سے چھوٹا کوئی قدرتی عدد نہیں ہے۔
اس لیے P ایک خالی سیٹ ہے۔

مثال **3** : $Q = \{$ 2- اور 1- کے درمیان صحیح اعداد کا سیٹ $\}$

حل : $Q = \{$ 2- اور 1- کے درمیان صحیح اعداد کا سیٹ $\}$

"2- اور 1- کے درمیان صحیح اعداد کا سیٹ" بھی ایک خالی سیٹ ہے۔

1.14 سیٹوں کا یُونین

مثال **1** :

$$A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36\}$$

$$B = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49\}$$

حل : سیٹ A کے ارکان 4 کے پہلے نو اضعاف ہیں۔
سیٹ B کے ارکان پہلے سات قدرتی اعداد کے مُربعے ہیں۔
A اور B میں ایسے اعداد جو

(i) یا تو 4 کے اضعاف ہوں

(ii) یا مکمل مُربعے ہوں

(iii) یا 4 کے اضعاف بھی ہوں اور مکمل مُربعے بھی ہوں۔

ایسے سیٹ کو جو مندرجہ بالا تینوں شرائط کو پُورا کرتا ہو سیٹ A اور سیٹ B کا یونین سیٹ کہتے ہیں۔
علامتی طور پر A یونین B کو لکھتے ہیں۔ $A \cup B$
اِس لیے

$$A \cup B = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36\} \cup \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49\}$$

$$= \{1, 4, 8, 9, 12, 16, 20, 24, 25, 28, 32, 36, 49\}$$

"اگر A اور B کوئی سے دو سیٹ ہوں تو A U B ان ارکان پر مشتمل ہوگا جو سیٹ A میں شامل ہوں یا سیٹ B میں شامل ہوں یا سیٹ A اور سیٹ B میں دونوں میں شامل ہوں۔"

مثال 2 : اگر

K = {3, 4, 6, 8 }

L = {3, 5, 7, 8 }

تو K U L معلوم کیجیے۔

حل :

K = {3, 4, 6, 8}

L = {3, 5, 7, 8}

K U L = {3, 4, 6, 8} U {3, 5, 7, 8}

= {3, 4, 5, 6, 7, 8}

مثال 3 : اگر

A = {5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40}

B = {10, 20, 30, 40}

تو A U B معلوم کیجیے۔

حل :

A = {5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40}

B = {10, 20, 30, 40}

A U B = {5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40} U {10, 20, 30, 40}

= {5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40}

مثال 4 : اگر

M = {3, 4, 5}

N = {5, 4, 3}

تو M U N اور N U M معلوم کیجیے۔

حل

M = {3, 4, 5}

N = {5, 4, 3}

M U N = {3, 4, 5} U {5, 4, 3}

= {3, 4, 5}

N U M = {5, 4, 3} U {3, 4, 9}

= {3, 4, 5}

مشق 1.4

1 - اگر

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

$C = \{7, 9, 11, 13, 15\}$

تو کیا U ان کا یونیورسل سیٹ ہو سکتا ہے ؟

جبکہ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\ldots, 15\}$

2 - اگر

$D = \{-5, -4, -3, -2, -1\}$

$E = \{-11, -9, -7, -5, -3\}$

$F = \{-12, -10, -8, -6\}$

تو کیا U ان کا یونیورسل سیٹ ہو سکتا ہے ۔

جبکہ $U = \{-10, -9, -8, -7, -6, \cdots -1\}$

3 - اگر

$A = \{5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

$B = \{\ \}$

$C = \{1, 2, 5, 9, 18\}$

تو کیا U ان کا یونیورسل سیٹ ہو سکتا ہے ۔

جبکہ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\ldots, 20\}$

4 - اگر

$A = \{l, m, n, o, p, q, r\}$

$B = \{l, p, q\}$

$C = \{x, y, z\}$

تو کیا U ان کا یونیورسل سیٹ ہو سکتا ہے ۔

جبکہ $U = \{a, b, c, d, e, l, m, n, q\}$

مندرجہ ذیل سیٹوں کا تقاطع اور یونین معلوم کیجیے ۔

5 - $A = \{3, 4, 6\}$, $B = \{4, 6, 8, 10\}$

6- $C = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $D = \{2, 4, 6, 8\}$

7- $E = \{3, 6, 9, 12\}$, $F = \{15, 18, 21, 24\}$

8- $G = \{13, 18, 23, 28, 33\}$, $H = \{43, 48, 53, 55, 44\}$.

9- $J = \{\ \}$, K - {ب ، ج ، د ، ک}

10- $M = \{30, 60, 90, 120\}$, $N = \{30, 60, 90, 120\}$

11- $A = \{17, 19, 23, 29, 31, 37\}$, $B = \{19, 29, 37\}$

12- A = 3 کے پہلے 8 اضعاف کا سیٹ

B = 6 کے پہلے 6 اضعاف کا سیٹ

13- C = پہلے 10 مثبت جفت اعداد کا سیٹ

D = پہلے 10 مثبت طاق اعداد کا سیٹ

14- A = 24 کے عادوں کا سیٹ

B = 12 کے عادوں کا سیٹ

15- A = پہلے دس مفرد اعداد کا سیٹ

B = پہلے دس مرکب اعداد کا سیٹ

$C = \{4, 8, 12, 16\}$

ہو تو مندرجہ ذیل معلوم کیجیے۔

(i) $A \cap B$ (ii) $A \cup B$ (iii) $B \cap C$

(iv) $B \cup C$ (v) $A \cap C$ (vi) $A \cup C$

مندرجہ ذیل میں کون سے سیٹ خالی سیٹ ہیں ؟

16- 6 اور 7 کے درمیان قدرتی اعداد کا سیٹ

17- سُورج پر بسنے والے انسانوں کا سیٹ

18- 20, 15, 10, 5 اور 25 میں سے 7 پر پورے پورے تقسیم ہونے والے اعداد کا سیٹ

19- پہلے پانچ قدرتی اعداد کا سیٹ

20- 9 اور 20 کے درمیان 3 پر پورے پورے تقسیم ہونے والے اعداد کا سیٹ

1.15 سیٹوں کا فرق :

مثال 1 :

$A = \{2, 4, 6, 8\}$

$B = \{3, 5, 6, 8\}$

سیٹ { 2, 4 } ان ارکان پر مشتمل ہے جو سیٹ A میں تو شامل ہیں مگر سیٹ B میں نہیں۔

یہ سیٹ " A فرق B " کہلاتا ہے۔ علامتی طور پر اسے A \ B لکھیں گے۔

$A \setminus B = \{2, 4\}$ ---- (i)

اب سیٹ {3, 5} ان ارکان پر مشتمل ہے جو سیٹ B میں تو شامل ہیں مگر سیٹ A میں نہیں۔

یہ سیٹ " B فرق A " کہلاتا ہے۔ علامتی طور پر اسے B \ A لکھیں گے۔

$B \setminus A = \{3, 5\}$ ------ (ii)

نتیجہ (i) اور (ii) کی رو سے

$A \setminus B \neq B \setminus A$

مثال 2 : اگر

$C = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$

$D = \{3, 6, 9, 12\}$

تو C \ D اور D \ C معلوم کیجیے۔

$C = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$

$D = \{3, 6, 9, 12\}$

$C \setminus D = \{2, 4, 8, 10\}$

$D \setminus C = \{3, 9,\}$

اگر A اور B کوئی سے دو سیٹ ہوں تو

A \ B سے مراد ان ارکان پر مشتمل سیٹ ہوگا جو سیٹ A میں موجود ہوں لیکن سیٹ B میں موجود نہ ہوں۔

مثال 3 : اگر $A = \{$ا ، ب ، ج ، د$\}$, $B = \{$ا ، ب ، ج ، د$\}$

تو A \ B اور B \ A معلوم کیجیے۔

حل :

$A = \{$ا ، ب ، ج ، د$\}$

$B = \{$ا ، ب ، ج ، د$\}$

$A \setminus B = \phi$, $B \setminus A - \phi$

مثال 4 : اگر $M = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $N = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

تو M \ N اور N \ M معلوم کیجیے۔

حل :

$M = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$N = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

$M \setminus N = \{1, 3, 5, 7, 9\} = M$

$N \setminus M = \{2, 4, 6, 8, 10\} = N$

M اور N میں کوئی رکن مشترک نہیں ۔

1.16 سیٹ کا کمپلیمنٹ :

مثال 1 : $U = \{1, 2, 3, \ldots\ldots, 10\}$

$X = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

اب ہم "$U \setminus X$" کے ارکان لکھتے ہیں۔

$U \setminus X = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

"$U \setminus X$" کو سیٹ X کا " کمپلیمنٹ سیٹ " کہتے ہیں۔

X کے کمپلیمنٹ سیٹ " کو X' سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$X' = U \setminus X = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

X اور X' کا یونین سیٹ یونیورسل سیٹ ہو گا۔

$X \cup X' = U$

مثال 2 :

$U = \{-2, -4, -6, -8, -10, -12, -14\}$

$A = \{-4, -8, -12\}$

$A' = U \setminus A = \{-2, -6, -10, -14\}$

اگر A کوئی سیٹ ہو تو U \ A کو A کا کمپلیمنٹ کہتے ہیں۔ A کے کمپلیمنٹ کو علامتی طور پر A´ لکھتے ہیں۔ A´ سے مراد ایسے ارکان پر مشتمل سیٹ ہے جو U میں ہوں مگر A میں نہ ہوں۔

$A \cup A' = U$

مثال 3 : اگر

$U = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$

$E = \{\ \}$

تو E´ معلوم کیجیے۔ نیز U´ معلوم کیجیے۔

حل :

$U = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$

$E = \{\ \}$

$U \setminus E = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \setminus \{\ \}$

$= U$

اور U´ سے مراد U میں شامل ارکان جو U میں شامل نہ ہوں۔ اِس لیے U´ خالی سیٹ ہوگا۔

$U' = \phi$

اور U اور ϕ ایک دوسرے کے کمپلیمنٹ سیٹ ہیں۔

مشق 1.5

مندرجہ ذیل میں A \ B اور B \ A معلوم کیجیے۔

مزید یہ بھی بتائیے کہ آیا $A \setminus B = B \setminus A$

1 - $A = \{7, 14, 21, 28\}$, $B = \{14, 21, 28\}$

2 - A = {16 کے اجزائے ضربی} , B = {18 کے اجزائے ضربی}

3 - $A = \{10, 13, 16, 19\}$, $B = \{5, 10, 15, 20\}$

4 - $A = U, B = \phi$

5- $A =$ 8 کے پہلے سات اضعاف کا سیٹ

$B =$ 4 کے پہلے آٹھ اضعاف کا سیٹ

6- $A = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}\right\}$

$B = \{2, 4, 6\}$

7- $A =$ {ہفتے کے دنوں کے نام} , $B = \{8, 12, 16, 20\}$

8- $A = \{1, 4, 9, 16, 25, 36\}$ ، $B = \{1, 8, 27, 64, 125\}$

اگر U اور A مندرجہ ذیل سیٹ ہوں تو A' معلوم کیجیے۔

9- $U = \{1, 2, 3, \cdots\cdots, 10\}$, $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

10- $U = \{2, 4, 6, 8, 10, \cdots\cdots, 20\}$, $A = \{4, 8, 12, 16, 20\}$

11- $U =$ پہلے پچاس قدرتی اعداد کا سیٹ

$A =$ پہلے پندرہ مثبت جفت اعداد کا سیٹ

12- $U =$ قدرتی اعداد کا سیٹ ، $A =$ مکمل اعداد کا سیٹ

13- کوئی سا یونیورسل سیٹ اور کوئی سا سیٹ A لے کر (جبکہ A کے ارکان یونیورسل سیٹ میں سے لیے جائیں گے) ثابت کیجیے کہ A اور A' کا تقاطع خالی سیٹ ہوگا جبکہ ان کا یونین یونیورسل سیٹ ہوگا۔

14- (i) U کا کمپلیمنٹ سیٹ کیا ہوگا جبکہ U سے مُراد یونیورسل سیٹ ہے۔

(ii) اگر $A = \phi$ تو A' کیا ہوگا۔

باب 2

کسور کا اختصار

خطوط وحدانی :

ہم پچھلی جماعتوں میں درج ذیل خطوطِ وحدانی کے متعلق پڑھ چکے ہیں۔

قطعۂ خط —

چھوٹے خطوطِ وحدانی ( )

درمیانے خطوطِ وحدانی { }

بڑے خطوطِ وحدانی [ ]

ایک جملے میں ایک سے زیادہ خطوطِ وحدانی کے استعمال کی صورت میں اس جملے کو مختصر کرنے کے لیے خطوط وحدانی کے اندر کے جملوں کو حل کرنے کی ترتیب وہی ہوگی جس ترتیب سے اُوپر خطوط وحدانی لکھے گئے ہیں۔

خطوط وحدانی کے استعمال کی وضاحت مثالوں کی مدد سے کی جاتی ہے۔

مثال 1 : حل کیجیے :

$$4-\left[\left(\frac{3}{5}-\frac{5}{12}\right)\div\frac{1}{6}\left\{3-\left(\frac{4}{5}-\frac{2}{3}\right)\right\}\right]$$

حل :

$$4-\left[\left(\frac{3}{5}-\frac{5}{12}\right)\div\frac{1}{6}\left\{3-\left(\frac{4}{5}-\frac{2}{3}\right)\right\}\right]$$

$$=4-\left[\left(\frac{36-25}{60}\right)\div\frac{1}{6}\left\{3-\frac{4}{5}+\frac{2}{3}\right\}\right]$$

$$=4-\left[\frac{11}{60}\times\frac{6}{1}\left\{\frac{45-12+10}{15}\right\}\right]$$

$$=4-\left[\frac{11}{10}\left\{\frac{43}{15}\right\}\right]$$

$$=4-\left[\frac{473}{150}\right]$$

$$= 4 - \frac{473}{150}$$

$$= \frac{600 - 473}{150}$$

$$= \frac{127}{150}$$

مثال 2 :

$$\frac{81}{7} - \left\{\left(\frac{5}{6} - \frac{5}{8}\right) \div \frac{7}{8} \times \left(\frac{1}{2} - \overline{\frac{1}{6} + \frac{1}{5}}\right)\right\}$$

حل :

$$\frac{81}{7} - \left\{\left(\frac{5}{6} - \frac{5}{8}\right) \div \frac{7}{8} \times \left(\frac{1}{2} - \overline{\frac{1}{6} + \frac{1}{5}}\right)\right\}$$

$$= \frac{81}{7} - \left\{\left(\frac{20 - 15}{24}\right) \div \frac{7}{8} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6} - \frac{1}{5}\right)\right\}$$

$$= \frac{81}{7} - \left\{\frac{5}{24} \div \frac{7}{8} \times \left(\frac{15 - 5 - 6}{30}\right)\right\}$$

$$= \frac{81}{7} - \left\{\frac{5}{24} \times \frac{8}{7} \times \frac{4}{30}\right\}$$

$$= \frac{81}{7} - \frac{2}{63}$$

$$= \frac{729 - 2}{63}$$

$$= \frac{727}{63}$$

$$= 11\frac{34}{63}$$

مثال 3 :

$$71.394 - [8.8 + 6\{1.5 + 1.3(2.91 - \overline{.19 - 1.1})\}]$$

حل :

$$71.394 - [8.8 + 6\{1.5 + 1.3(2.91 - \overline{.19 - 1.1})\}]$$

$$= 71.394 - [8.8 + 6\{1.5 + 1.3(2.91 - .19 + 1.1)\}]$$

$$= 71.394 - [8.8 + 6\{1.5 + 1.3(3.82)\}]$$

$$= 71.394 - [8.8 + 6\{1.5 + 4.966\}]$$

$= 71.394 - [8.8 + 6\ \{6.466\}]$

$= 71.394 - [8.8 + 38.796]$

$= 71.394 - 47.596$

$= 1.5$

مشق 2.1

مختصر کیجیے۔

1- $\frac{3}{8} - (\frac{3}{8} - \frac{1}{8})$

2- $(9.2 - 7.3) - (2.7 - 1.3)$

3- $(12\frac{2}{7} - \overline{3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2}})$

4- $2\frac{1}{2} + (2\frac{1}{2} - \overline{\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2}})$

5- $(5\frac{3}{4} - \overline{4\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4}}) + 3\frac{1}{4}$

6- $7 + \frac{1}{3} \times \{\frac{3}{5} - (\frac{4}{5} - \frac{3}{4})\}$

7- $2\frac{1}{2} \times \{4\frac{1}{4} + 2\frac{3}{4} \div (\frac{1}{2} \div \frac{5}{12} \times 1\frac{1}{3})\}$

8- $2\frac{3}{4} \div \{5\frac{5}{8} - \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} \div (\frac{1}{2} - \frac{1}{3})\}$

9- $.7 + (.8 - .2)$

10- $4.6 - (1.7 + 1.2)$

11- $3.21 - 2.1\,(4.2 - 4.1)$

12- $8.6 + 2.8 - (3.6 - 2.8)$

13- $7.98 - 5\ \{1.81 - (6.21 - 5.03)\}$

14- $3.008 - [.69 \div \{.145 + (.6 - .4)\}]$

15- $3.5 + 2.7 - (6.3 - \overline{4.8 + 1.3})$

16- $7.23 - \{6.33 - (3.21 - \overline{2.46 - 1.04})\}$

17- $8.34 - 2\ \{1.41 - 3\,(4.42 - \overline{5.61 - 1.23})\}$

18- $\{5.32 - (6.44 - 4.38)\} - (2.68 - 1.43 - 0.68)$

19- $(\frac{3}{5} \div \frac{8}{9}) + \frac{5}{7} \div (\frac{5}{6} + 7\frac{1}{2})$

20- $(4\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3}) \times (3\frac{1}{2} - \frac{3}{8}) \div (13\frac{1}{3} + 7\frac{1}{2}) \times (3\frac{1}{3} - 1\frac{1}{9})$

کسُور کے متعلّق عبارتی سوالات :

مثال 1 : ثاقب کے پاس 1880روپے تھے۔ اس نے اس رقم کا $\frac{3}{5}$ حصہ اپنے چھوٹے بھائی کاشف کو دیا۔ ثاقب کے پاس جو رقم باقی بچی۔ اس رقم کا $\frac{4}{5}$ حصہ اپنی بہن ثمینہ کو دیا۔ بتائیے اب ثاقب کے پاس کتنی رقم ہے۔

حل : ثاقب کے پاس کُل رقم = 1880روپے

کاشف کو جتنی رقم ملی = $1880 \times \frac{3}{5}$

= 1128

باقی رقم = 1880 -1128

= 752 روپے

ثمینہ کو جتنی رقم ملی = $752 \times \frac{3}{4}$

= 564 روپے

ثاقب کے پاس بقایا رقم = 752 - 564

= 188 روپے

مثال 2 : ایک انتخاب میں کُل ووٹروں کی تعداد کے $\frac{7}{8}$ حصے نے ووٹ ڈالے۔ ایک اُمیدوار نے دوسرے اُمیدوار کے حاصل کردہ ووٹوں کا $\frac{1}{4}$ حصہ زیادہ ووٹ لیے اور اس طرح سے اُسے 896 ووٹوں سے شکست دی۔ اِس حلقے میں کل ووٹروں کی تعداد کیا تھی ؟

حل : دوسرے اُمیدوار کے حاصل کردہ ووٹوں کا $\frac{1}{4}$ = 896

دوسرے اُمیدوار کے حاصل کردہ ووٹ = 896×4

= 3584

پہلے اُمیدوار کے حاصل کردہ ووٹ = 3584 + 896

= 4480

دونوں اُمیدواروں نے جتنے ووٹ حاصل کیے = 3584 + 4480

= 8064

کُل ووٹروں کی تعداد = $\frac{8}{7} \times 8064$

= 8×1152

= 9216

مشق 2.2

1- ایک بچّے کا قد اپنے باپ کے قد کا $\frac{3}{5}$ حصّہ ہے۔ اگر باپ کا قد 2 میٹر ہو تو بچّے کا قد معلوم کیجیے۔

2- ایک عمارت کی چوڑائی 108 میٹر ہے۔ دُوسری کی چوڑائی اس کا $\frac{5}{6}$ حصّہ ہے۔ بتائیے پہلی عمارت دوسری عمارت کے مقابلے میں کتنی چوڑی ہے؟

3- ایک کھمبے کے $\frac{1}{10}$ حصّے پر سُرخ رنگ کیا گیا ہے۔ باقی کے $\frac{2}{3}$ حصّے پر سفید اور باقی پر کالا رنگ کیا گیا ہے۔ سیاہ رنگ کھمبے کی کُل لمبائی کا کونسا حصّہ ہے؟

4- ایک شخص نے ایک کام 3 دِن میں مکمل کیا۔ اگر پہلے دِن اس نے کام کا $\frac{1}{5}$ حصّہ اور دوسرے دِن باقی کام کا $\frac{5}{8}$ حصّہ کیا ہو تو بتائیے اس نے تیسرے دن کام کا کون سا حصّہ کیا؟

5- ایک کار کی قیمت ایک سال میں $\frac{1}{4}$ حصّہ کم ہو جاتی ہے اور دوسرے سال میں سال کے شروع میں جو قیمت تھی اس کا $\frac{1}{6}$ حصّہ کم ہو جاتی ہے اگر دوسرے سال کے آخر میں اس کی قیمت 14000 روپے ہو تو اس کی پہلے سال کے شروع میں کیا قیمت تھی؟

6- ایک آدمی اپنی تنخواہ کا $\frac{1}{10}$ حصّہ کرائے میں دے دیتا ہے اور باقی کا $\frac{2}{3}$ دُوسرے اخراجات میں خرچ ہو جاتا ہے اور اس کے پاس 135 روپے بچ جاتے ہیں۔ بتائیے اُس کی کل تنخواہ کتنی ہے؟

باب 3

جذرُالمربّع

سامنے ایک مُربّع کی شکل ہے جس کے ہر ضلع کی مقدار 5 سینٹی میٹر ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ

مربّعی علاقہ کا رقبہ = ضلع کی مقدار × ضلع کی مقدار

= ضلع کی مقدار کا مربّع

اس لیے سامنے دیے گئے

مربّعی علاقہ کا رقبہ

$5 \times 5 = 5^2$

$= 25$ (25 مربّع سینٹی میٹر)

اب اگر ہم سے کوئی یہ پوچھے کہ 25 مربّع سینٹی میٹر رقبے والے مربّعی علاقے کے ایک ضلع کی مقدار کتنے سینٹی میٹر ہو گی تو ہم آسانی سے بتا سکتے ہیں کہ اس کے ایک ضلع کی مقدار 5 سینٹی میٹر ہو گی۔ یعنی ہم نے ایک ایسا عدد معلوم کیا جس کو اگر اسی عدد سے ضرب دیں تو حاصل ضرب 25 آتا ہے اور وہ عدد 5 ہے۔ یہی عدد 5 عدد 25 کا جذرالمربّع کہلاتا ہے۔ اس طرح 25 کو 5 کا مربّع اور 5 کو 25 کا جذرالمربّع کہتے ہیں۔ جذرالمربّع کو مختصراً ہم جذر کہیں گے۔

اب ایک اور مثال لیتے ہیں

مثلاً

$8 \times 8 = 8^2$

$= 64$

عدد 64 عدد 8 کا مُربّع ہے۔ عدد 8 عدد 64 کا جذر ہے۔ اسی طرح جذر کے ضمن میں 64 کو مجذور اور 8 کو اس کا جذر کہیں گے۔

اِسی طرح $7 \times 7 = 7^2$

$= 49$

49 مجذور اور 7 اُس کا جذر ہے۔

جذر کی علامت : کسی عدد کے جذر کو ظاہر کرنے کے لیے علامت $\sqrt{\ }$ استعمال کی جاتی ہے۔

مثلاً

(i) $\sqrt{25} = \sqrt{5 \times 5} = \sqrt{5^2} = 5$

(ii) $\sqrt{49} = \sqrt{7 \times 7} = \sqrt{7^2} = 7$

(iii) $\sqrt{100} = \sqrt{10 \times 10} = \sqrt{10^2} = 10$

اِس لیے کسی دیے ہُوئے عدد کا جذر معلوم کرنے کا مطلب یہ ہُوا کہ ایسا عدد معلوم کیا جائے، جس کا مربع دیے ہُوئے عدد کے برابر ہو۔

3·1 جذر معلوم کرنا :

جذر دو طریقوں سے معلوم کیا جا سکتا ہے۔

(i) جذر بذریعہ اجزائے ضربی (ii) جذر بذریعہ تقسیم

چونکہ مفرد تجزّی بنانا اِس سے پہلی جماعتوں میں ہم سیکھ چکے ہیں۔ اِس لیے اس جماعت میں ہم جذر بذریعہ مفرد تجزّی بنانا سیکھیں گے۔ اس کی وضاحت مندرجہ ذیل مثالوں سے کی گئی ہے۔

مثال 1 : 324 کا جذر معلوم کیجیے۔

حل : 324 کی مفرد تجزّی :

2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$324 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

$\sqrt{324} = \sqrt{(2 \times 2) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3)}$

$= \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 3^2}$

$= 2 \times 3 \times 3$

$= 18$

مثال 2 : 1764 کا جذر معلوم کیجیے۔

حل : 1764 کی مفرد تجزی :

2	1764
2	882
3	441
3	147
7	49
7	7
	1

$$1764 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7$$

$$\sqrt{1764} = \sqrt{(2 \times 2) \times (3 \times 3) \times (7 \times 7)}$$
$$= \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 7^2}$$
$$= 2 \times 3 \times 7$$
$$= 42$$

مشق 3.1

مندرجہ ذیل اعداد کا جذر معلوم کیجیے :

1- 36	2- 64	3- 81	4 - 144
5- 225	6- 196	7- 256	8- 400
9- 441	10- 484	11- 576	12- 625
13- 729	14- 784	15- 1024	16- 900
17- 1225	18- 1296	19- 1600	20- 1936
21- 2304	22- 3025	23- 4096	24- 4356

3.2 کسور کا جذر :

$$\text{کسی کسرِ عام کا جذر} = \frac{\text{دی ہوئی کسر کے شمار کنندہ کا جذر}}{\text{دی ہوئی کسر کے نسب نما/مخرج کا جذر}}$$

اگر کسر مخلوط ہو تو پہلے اُسے غیر واجب کسر بنا لیا جاتا ہے اور اگر کسر اعشاریہ ہو تو پہلے کسرِ عام میں تبدیل کر لیا جاتا ہے۔

مثال 1 : $\frac{25}{16}$ کا جذر معلوم کیجیے۔

حل : شمار کنندہ اور نسب نما کا الگ الگ جذر معلوم کرنا ہو گا ۔

5	25
	5

2	16
2	8
2	4
2	2
	1

$$\sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{5 \times 5}}{\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2}}$$

$$= \frac{\sqrt{5^2}}{\sqrt{2^2 \times 2^2}} = \frac{5}{2 \times 2}$$

$$= \frac{5}{4}$$

مثال 2 $5\frac{11}{49}$ کا جذر معلوم کیجیے۔

حل: $\sqrt{5\frac{11}{49}} = \sqrt{\frac{256}{49}} = \frac{\sqrt{256}}{\sqrt{49}}$

2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

7	49
	7

$$= \frac{\sqrt{(2\times2) \times (2\times2) \times (2\times2) \times (2\times2)}}{\sqrt{7 \times 7}}$$

$$= \frac{\sqrt{2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2}}{\sqrt{7^2}}$$

$$= \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{7}$$

$$= \frac{16}{7} = 2\frac{2}{7}$$

مثال 3 : 56.25 کا جذر معلوم کیجیے۔

حل : (کسر اعشاریہ کو کسر عام میں تبدیل کیا) $56.25 = \frac{5625}{100}$

اس لیے

3	5625
3	1875
5	625
5	125
5	25
5	5
	1

2	100
2	50
5	25
5	5
	1

$$\sqrt{56.25}$$

$$= \sqrt{\frac{5625}{100}}$$

$$= \frac{\sqrt{(3 \times 3) \times (5 \times 5) \times (5 \times 5)}}{\sqrt{(2 \times 2) \times (5 \times 5)}}$$

$$= \frac{\sqrt{3^2 \times 5^2 \times 5^2}}{\sqrt{2^2 \times 5^2}} = \frac{3 \times 5 \times 5}{2 \times 5} = \frac{75}{10}$$

$$= 7.5$$

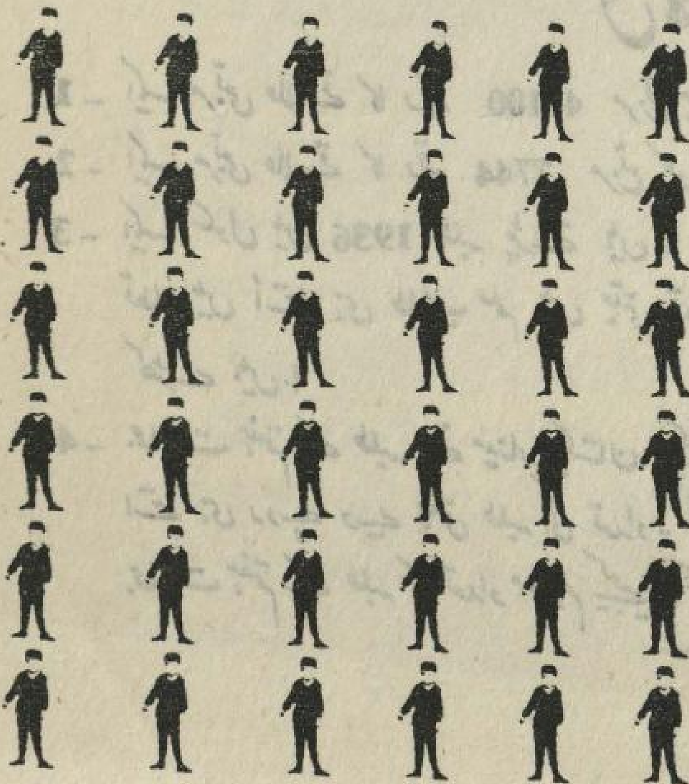
مشق 3.2

جذر معلوم کیجیے۔

1- $\frac{16}{25}$	2- $\frac{36}{49}$	3- $\frac{49}{81}$	4- $\frac{225}{256}$
5- $\frac{25}{36}$	6- $\frac{9}{49}$	7- $\frac{4}{25}$	8- $\frac{324}{625}$
9- $5\frac{1}{16}$	10- $12\frac{1}{4}$	11- $18\frac{7}{9}$	12- $4\frac{29}{49}$
13- $70\frac{14}{25}$	14- $12\frac{37}{49}$	15- $34\frac{1}{36}$	16- 6.25
17- 30 25	18- 20.25	19- 7.29	20- 12.96

3 3 جذر کے متعلق عبارتی سوالات

مثال 1 : ایک جماعت میں 36 طالب علم ہیں۔ تعلیم جسمانی کے معلم انھیں اس طرح کھڑا کرتے ہیں کہ ہر قطار میں اتنے ہی طالب علم ہیں جتنی قطاروں کی تعداد ہے۔ بتائیے ہر قطار میں کتنے طلبہ کھڑے کیے گئے ہیں ؟



حل : سامنے 36 طلبا کو اس طرح دکھایا گیا ہے کہ ہر قطار میں 6 طالب علم اور قطاریں بھی 6 ہیں۔

طلبہ کی تعداد = 6 × 6 = 36 بنتی ہے۔ یعنی اگر 36 طلبہ ہوں گے تو 6 قطاروں میں کھڑا کریں گے تو ہر قطار میں طالب علم بھی 6

ہی ہوں گے اور آپ جانتے ہیں کہ 36 کا جذر 6 ہی ہوتا ہے۔

$\sqrt{36} = \sqrt{6 \times 6} = \sqrt{6^2} = 6$

پس ہر قطار میں طلبہ کی تعداد = 6

مثال 2: ایک باغ میں آموں کے 11025 درخت سیدھی قطاروں میں لگے ہوئے ہیں۔ اگر ہر قطار میں اتنے ہی درخت ہوں جتنی قطاریں ہیں تو ہر قطار میں درختوں کی تعداد بتائیے۔

حل:

کُل درخت = 11025

ہر قطار میں درختوں کی تعداد = $\sqrt{11025}$

3	11025
3	3675
5	1225
5	245
7	49
7	7
	1

$\sqrt{11025} = \sqrt{(3 \times 3) \times (5 \times 5) \times (7 \times 7)}$

$= \sqrt{3^2 \times 5^2 \times 7^2}$

$= 3 \times 5 \times 7$

$= 105$

مشق 3.3

1۔ ایک مربعی علاقے کا رقبہ 44100 مربع میٹر ہے۔ اُس کے ضلع کی مقدار معلوم کیجیے

2۔ ایک مربعی علاقے کا رقبہ 7744 مربع کلومیٹر ہے۔ اُس کے ضلع کی مقدار معلوم کیجیے۔

3۔ ایک سکول میں 1936 طلبہ پڑھتے ہیں۔ انھیں قطاروں میں اس طرح کھڑا کیا گیا کہ ہر قطار میں اُتنے ہی طالب علم ہیں جتنی قطاریں ہیں۔ بتائیے ہر قطار میں کتنے طلبہ کھڑے ہیں؟

4۔ جماعت ہفتم کے طلبہ نے مینارِ پاکستان دیکھنے کا پروگرام بنایا۔ ہر ایک طالب علم نے اتنے ہی روپے دیے جتنی طلبہ کی تعداد۔ اگر کُل رقم 784 روپے جمع ہوئی ہو تو جماعت ہفتم کے طلبہ کی تعداد معلوم کیجیے۔

5- ایک جرنیل 5929 جوانوں کو اِس طرح کھڑا کرنا چاہتا ہے کہ ہر قطار میں اتنے ہی جوان ہوں جتنی کہ قطاروں کی تعداد ہے۔ بتائیے ہر قطار میں کتنے جوان ہوں گے۔

6- ایک مربعی علاقہ میں باغ لگایا گیا ہے۔ علاقہ کا رقبہ 32400 مربع میٹر ہے۔ بتائیے ایک مالی کو اس کے گرد ایک چکر لگانے کے لیے کتنا فاصلہ طے کرنا پڑے گا۔

7- ایک مربعی علاقہ کا رقبہ اس مستطیل کے رقبے کے برابر ہے جس کا طول 25 میٹر اور عرض 16 میٹر ہے۔ مربع کے ضلع کی مقدار معلوم کیجیے۔

8- ایک مربع کھیت کا رقبہ 4900 مربع میٹر ہے۔ اس کے گرد باڑ لگوانے کا خرچ 0.75 روپے فی میٹر کے حساب سے معلوم کیجیے۔

باب 4

نسبت و تناسب

4.1 نسبت :

چھٹی جماعت میں ہم پڑھ چکے ہیں کہ ایک جیسی چیزوں یا مقداروں کا مقابلہ ہم دو طرح سے کرتے ہیں۔ مقابلہ بذریعہ تفریق اور مقابلہ بذریعہ تقسیم۔ مقابلہ بذریعہ تقسیم کو نسبت قائم کرنا بھی کہتے ہیں۔ نسبت ظاہر کرنے کے لیے علامت " : " استعمال کی جاتی ہے۔

نسبت دو ایک جیسی چیزوں یا مقداروں کا تعلق ہے جس سے یہ ظاہر ہو کہ ایک چیز یا مقدار دوسری کا کتنے گنا ہے یا اس کا کون سا حصہ ہے۔

(i) نسبت کے دو ارکان ہوتے ہیں۔ 7 : 5 میں پہلا رکن 5 ہے اور دوسرا رکن 7 ہے۔ 7 : 5 اور 5 : 7 دو مختلف نسبتیں ہیں۔ اس لیے کہ نسبت کے ارکان کی ترتیب نہایت اہم ہے۔

(ii) کسی نسبت کے پہلے اور دوسرے رکن کو ایک ہی عدد سے ضرب دینے یا تقسیم کرنے کی صورت میں نسبت میں فرق نہیں پڑتا۔

4.2 تناسب :

ہم ایک جیسی دو نسبتوں کی برابری کو تناسب کہتے ہیں۔ مثلاً

$$2 : 3 = 4 : 6$$

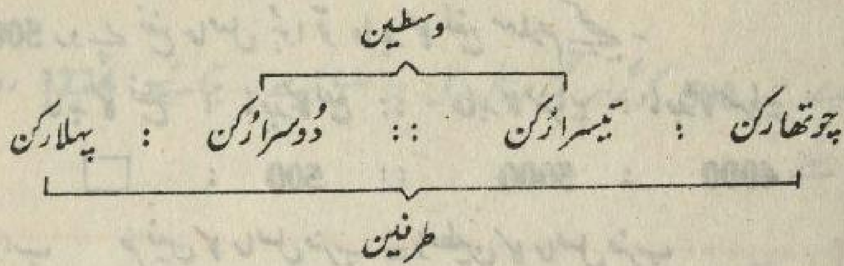
یا

$$2 : 3 :: 4 : 6$$

اور پڑھتے ہیں 2 نسبت 3 تناسب 4 نسبت 6

چھٹی جماعت میں ہم پڑھ چکے ہیں کہ تناسب کی چار مقداروں کو تناسب کے ارکان کہتے ہیں مثلاً 6 : 4 :: 3 : 2 میں 3, 2 اور 6, 4 تناسب کے ارکان ہیں اور ان کی

ترتیب اس طرح سے ہے۔



پہلے اور چوتھے رُکن کو طرفین، دوسرے اور تیسرے رکن کو وسطین کہتے ہیں۔

اور طرفین کا حاصل ضرب = وسطین کا حاصل ضرب

مثلاً $6 : 4 :: 3 : 2$ میں

$$3 \times 4 = 2 \times 6$$

$$12 = 12$$

4.3 تناسب راست :

مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کیجیے۔

(i) ایک طالب علم دو پنسلیں خریدتا ہے اور دُوسرا طالب علم چار پنسلیں خریدتا ہے تو ایسی صُورت میں دوسرے طالب علم کو دُگنی قیمت ادا کرنا پڑے گی۔

(ii) ایک واٹر پمپ 6 گھنٹے چلتا ہے اور پانی کی کچھ مقدار خارج کرتا ہے۔ اگر یہ پمپ صرف 2 گھنٹے چلے تو پانی کی پہلی مقدار کا صرف ایک تہائی پانی خارج کرے گا۔

ان دونوں مثالوں سے یہ واضح ہوتا ہے کہ

اگر ایک مقدار بڑھتی یا کم ہوتی ہے تو دوسری مقدار بھی اسی نسبت سے بڑھتی یا کم ہوتی ہے۔ مقداروں کے درمیان اس قسم کے تعلق کو تناسب راست کہتے ہیں۔

مثال 1 : بشیر کے پاس 25 روپے اور ریاض کے پاس 75 روپے ہیں۔ ان کی رقموں میں نسبت بتائیے۔

حل : بشیر کے پاس رقم = 25 روپے

ریاض کے پاس رقم = 75 روپے

ریاض کی رقم : بشیر کی رقم

75 : 25

یا

3 : 1

پس بشیر اور ریاض کی رقموں میں 1 اور 3 کی نسبت ہے۔

مثال 2 : ماجد اور عابد نے ایک کاروبار میں بالترتیب 4000 روپے اور 5000 روپے لگائے۔ اگر ماجد کو 500 روپے نفع حاصل ہُوا تو عابد کا نفع معلوم کیجیے۔

حل : ماجد کا سرمایہ : عابد کا سرمایہ :: ماجد کا نفع : عابد کا نفع

$$4000 : 5000 :: 500 : \square$$

اب طرفین کا حاصل ضرب = وسطین کا حاصل ضرب

اس لیے $$4000 \times \square = 500 \times 5000$$

یا $$\frac{\square \times 4000}{4000} = \frac{5000 \times 500}{4000}$$

یا $$\square = 625$$

پس عابد کا نفع = 625 روپے

مشق 4.1

مندرجہ ذیل نسبتوں کو مختصر کیجیے۔

1- $90 : 135$

2- $7\frac{1}{3} : 8\frac{2}{3}$

3- $2\frac{2}{7} : 2\frac{2}{3}$

4- اشرف کی ماہوار آمدنی 6000 روپے اور ماہوار خرچ 5500 روپے ہے۔ اس کی آمدنی اور خرچ میں کیا نسبت ہے۔

5- ایک معمار 3 گھنٹوں میں 270 اینٹیں لگاتا ہے۔ بتائیے وہ 8 گھنٹوں میں کتنی اینٹیں لگائے گا۔

6- ایک شخص 100 روپے پر 2.50 روپے زکوٰۃ ادا کرتا ہے۔ بتائیے 6500 روپے پر کتنی زکوٰۃ ادا کرے گا؟

7- ایک نقشہ پر 5 سینٹی میٹر کا فاصلہ 60 کلومیٹر کو ظاہر کرتا ہے۔ بتائیے 156 کلومیٹر لمبی سیدھی سڑک کو نقشہ میں کتنے لمبے قطعۂ خط سے ظاہر کریں گے۔

8- نذیر نے 75 نمبروں کے پرچے میں 39 نمبر حاصل کیے۔ اُس نے اُس پرچے میں کتنے فیصد نمبر حاصل کیے۔

9- کسی جائیداد کے $\frac{1}{3}$ حصّہ کی قیمت 16000 روپے ہے۔ بتائیے اس کے $\frac{2}{5}$ حصّہ کی کیا قیمت ہوگی؟

10- 960 روپے میں 500 کلوگرام گندم خریدی جا سکتی ہے۔ بتائیے 1224 روپے میں کتنی گندم خریدی جا سکے گی؟

4.4 مسلسل نسبت:

دو سے زیادہ مقداروں کا باہم مقابلہ یا موازنہ کرنے کے لیے مسلسل نسبت کی ضرورت پڑتی ہے۔ یہاں اسی نسبت کا ذکر کیا جاتا ہے۔ مثلاً ظفر، انور اور منوّر مل کر کاروبار کرنے کے لیے سرمایہ لگاتے ہیں ظفر اور انور کے سرمایوں میں نسبت 3 : 2 ہے اور انور اور منوّر کے سرمایوں میں نسبت 5 : 3 ہے۔ بتائیے ظفر اور منوّر کے سرمایوں میں کیا نسبت ہوگی؟

ظفر، انور اور منوّر کے سرمایوں میں نسبت مندرجہ ذیل ہے۔

ظفر : انور و انور : منوّر

5 : 3 و 3 : 2

ظفر : انور : منوّر

2 : 3

3 : 5

ہم اُوپر دیے گئے نتیجے کو مختصراً یوں بھی لکھ سکتے ہیں۔

ظفر : انور : منوّر

5 : 3 : 2

اب ہم آسانی سے دیکھ سکتے ہیں کہ ظفر اور منوّر کے سرمایوں میں 5:2 ہے۔ اس طرح لکھنا نہ صرف مختصر ہے بلکہ اس کی مدد سے ظفر، انور اور منوّر میں سے کوئی سے دو آدمیوں کے سرمایوں میں نسبت باآسانی معلوم کی جا سکتی ہے۔

مثال 1: مسعود، قمر اور رستم کے وزنوں میں 10 : 5 : 8 کی نسبت ہے۔ بتائیے رستم اور مسعود کے وزنوں میں کیا نسبت ہے؟

حل : مسعود، قمر اور رستم کے وزنوں میں نسبت مندرجہ ذیل ہے۔

مسعود : قمر : رستم

8 : 5 : 10

پس رستم اور مسعود کے وزنوں میں نسبت

رستم : مسعود

10 : 8

یا

5 : 4

نوٹ : نسبت تناسب کے سوالات حل کرتے وقت ارکان کی ترتیب کو ملحوظ خاطر رکھنا بہت ضروری ہے۔

مثال 2 : منیر اور حمید کی عمروں میں نسبت 3 : 2 ہے۔ جبکہ حمید اور بشیر کی عمروں میں نسبت 5 : 3 ہے۔ منیر، حمید اور بشیر کی عمروں میں مسلسل نسبت معلوم کیجیے۔

حل : منیر، حمید اور بشیر کی عمروں میں نسبت کو اس طرح لکھا جا سکتا ہے۔

منیر : حمید : بشیر

2 : 3

3 : 5

یا 2 : 3 : 5

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ 3 : 2 = حمید : منیر

اور 5 : 3 = بشیر : حمید

حمید کی عمر کو ظاہر کرنے والا رکن ہر صورت میں 3 ہے۔ یعنی یہ ایک مشترک رکن ہے۔ اس طرح سے ہمیں مسلسل نسبت بنانے میں کوئی دقت پیش نہیں آتی۔ آئیے اب ایک ایسی مثال حل کرتے ہیں جس میں کوئی رکن بھی مشترک نہیں۔

مثال 3 : کوثر اور کشور کی عمروں میں 3 : 2 کی نسبت ہے۔ جبکہ کشور اور نرگس کی عمروں میں 5 : 4 کی نسبت ہے۔ کوثر، کشور اور نرگس کی عمروں میں مسلسل نسبت معلوم کیجیے۔

حل : کوثر، کشور اور نرگس کی عمروں میں نسبت کو یوں لکھا جا سکتا ہے۔

کوثر : کشور : نرگس

2 : 3

4 : 5

وضاحت : مثال(2) میں ہم نے دیکھا کہ اگر ایک رکن مشترک ہو تو مسلسل نسبت معلوم کرنا آسان ہو جاتا ہے۔ اس مثال میں کشور کی عُمر مشترک ہے۔ یہ پہلی نسبت میں 3 اور دوسری نسبت میں 4 ہے۔ ہم ایک چھوٹے سے چھوٹے عدد کو تلاش کرتے ہیں۔ جسے 3 اور 4 کی جگہ مشترک رکن مان لیا جائے اور وہ 3 اور 4 کا ذواضعاف اقل 12 ہے۔ پس مسلسل نسبت میں کشور کی عُمر 12 لے لیتے ہیں اور اس کے مطابق کوثر اور نرگس کی مترادف عُمریں ،کسروں کے اصول سے معلوم کر لیتے ہیں۔ چنانچہ اس مثال کا حل یُوں ہو گا۔

نرگس : کشور : کوثر

$$2 \times 4 : 3 \times 4$$

$$4 \times 3 : 5 \times 3$$

$$8 : 12 : 15$$

(i) 3 کو 4 سے ضرب دے کر 12 حاصل کیا گیا ہے۔ اس لیے 2 کو بھی 4 سے ضرب دی گئی ہے۔

(ii) 4 کو 3 سے ضرب دے کر 12 حاصل کیا گیا ہے۔ اس لیے 5 کو بھی 3 سے ضرب دی گئی ہے۔

اس عمل کو مختصر طور پر یوں بھی لکھا جا سکتا ہے۔

نرگس : کشور : کوثر

2 : 3
4 : 5

8 : 12 : 15

مثال 4 a : b : c معلوم کیجیے جبکہ

$$a : b = 3 : 5 \qquad a : c = 2 : 7$$

حل :

a : b : c

3 : 5

2 : 7

یا $b : a : c$

$$\begin{array}{ccccc} 5 & : & 3 & & \\ & & 2 & : & 7 \\ \hline 5 \times 2 & : & 3 \times 2 & : & 7 \times 3 \end{array}$$

یا، $10 : 6 : 21$

$a : b : c$

$6 : 10 : 21$

مشق 4.2

$a : b : c$ معلوم کیجیے جبکہ

1- $a : b = 2 : 5$, $b : c = 5 : 3$

2- $a : b = 3 : 7$, $b : c = 7 : 2$

3- $a : b = 3 : 2$, $b : c = 3 : 4$

4- $a : b = 2 : 3$, $a : c = 2 : 5$

5- $a : c = 2 : 5$, $b : c = 4 : 5$

6- $a : b = 2 : 3$, $b : c = 6 : 5$

7- $b : c = 3 : 5$, $a : b = 5 : 2$

8- $a : c = 3 : 4$, $a : b = 5 : 3$

9- $b : c = 4 : 3$, $a : c = 6 : 5$

10- $a : b = 7 : 2$, $c : b = 4 : 3$

11- عارف ، ظہور اور سعید کی عمروں میں مسلسل نسبت معلوم کیجیے جبکہ عارف اور ظہور کی عمروں میں نسبت 3:4 ہے اور عارف اور سعید کی عمروں میں نسبت 7 : 5 ہے۔

12- اسلم، طلعت اور مظہر نے مل کر کاروبار شروع کیا۔ اُن کے سرمایوں میں مسلسل نسبت معلوم کیجیے جبکہ اسلم اور طلعت کے سرمایوں میں نسبت 3 : 1 ہے اور طلعت ، مظہر کے سرمایوں میں نسبت 5 : 2 ہے۔

13- انور، اختر، حمید کے وزنوں میں مسلسل نسبت معلوم کیجیے جبکہ انور، اختر کے وزنوں میں نسبت

4 : 3 ہے ، حمید اور اختر کے وزنوں میں نسبت 2:5 ہے۔

14- اُردو ، حساب ، سائنس کی کتابوں کی قیمتوں میں مسلسل نسبت معلوم کیجیے جبکہ اُردو ، حساب کی کتابوں کی قیمتوں میں نسبت 3 : 2 ہے اور سائنس ، اُردو کی کتابوں کی قیمتوں میں نسبت 4 : 3 ہے۔

4.5 نسبت و تناسب پر متفرق سوالات :

مثال 1 : یوسف ، شاہین اور عظمت میں 68 روپے کی رقم اس طرح تقسیم کیجیے کہ اگر یوسف کو ایک روپیہ ملے تو شاہین کو 2 روپے اور اگر شاہین کو 3 روپے ملیں تو عظمت کو 4 روپے ملیں۔

حل : کُل رقم = 68 روپے

عظمت : شاہین : یُوسف

1 : 2

3 : 4

3 : 6 : 8

نسبتی مجموعہ = 3 + 6 + 8 = 17

یوسف کا حصّہ $= \frac{68 \times 3}{17} =$ 12 روپے

شاہین کا حصّہ $= \frac{68 \times 6}{17} =$ 24 روپے

عظمت کا حصّہ $= \frac{68 \times 8}{17} =$ 32 روپے

مثال 2 : 435 روپے کی مزدوری بشیر ، نذیر اور نوید میں اِس طرح تقسیم کیجیے کہ بشیر اور نذیر کے حصّوں میں 3 : 2 کی نسبت ہو۔ جبکہ نذیر اور نوید کے حصّوں میں 3 : 4 کی نسبت ہو۔

حل : کُل رقم = 435 روپے

نوید : نذیر : بشیر

2 3

4 3

8 : 12 : 9

نسبتی مجموعہ $= 9 + 12 + 8 = 29$

بشیر کا حصّہ $= \frac{435 \times 8}{29} = 120$ روپے

نذیر کا حصّہ $= \frac{435 \times 12}{29} = 180$ روپے

نوید کا حصہ $= \frac{435 \times 9}{29} = 135$ روپے

مشق 4.3

1- اشرف ، نذیر اور مجید نے 820 روپے کا منافع آپس میں اس طرح تقسیم کرنا ہے کہ اگر اشرف کو 3 روپے ملیں تو نذیر کو 4 روپے اور اگر نذیر کو 3 روپے ملیں تو مجید کو 5 روپے۔ بتائیے ہر ایک کو کیا ملے گا ؟

2- اکرم ، طلعت اور رشید نے مسجد کی مرمت کے لیے 8393 روپے چندہ دیا۔ اکرم اور طلعت کے چندہ کی رقموں میں 5 : 4 کی نسبت ہے۔ جبکہ طلعت اور رشید کے چندہ کی رقموں میں 11 : 6 کی نسبت ہے۔ بتائیے ہر ایک نے کتنی رقم بطورِ چندہ دی ؟

3- 615 روپے کی رقم x, y, z میں اس طرح تقسیم کیجیے کہ

$x : y = 2 : 5 \quad y : z = 3 : 4$

4- برکت نے ایک پنکھا ، ایک میز اور ایک پلنگ خریدا اور کُل 4700 روپے دکاندار کو ادا کیے۔ پنکھے اور میز کی قیمتوں میں 3 . 5 کی نسبت ہے۔ جبکہ میز اور پلنگ کی قیمتوں میں 5 : 4 کی نسبت ہے۔ بتائیے اس نے ہر ایک چیز کی کیا قیمت ادا کی ؟

5- احمد ، رحمت اور برکت نے مل کر ایک چراگاہ 605 روپے میں بکریاں چرانے کے لیے کرایہ پر لی۔ احمد اور رحمت کی بکریوں میں 7 : 2 کی نسبت ہے جبکہ رحمت اور برکت کی بکریوں میں 4 : 3 کی نسبت ہے۔ بتائیے ہر ایک کو کتنا کتنا کرایہ ادا کرنا پڑے گا۔

6- 930 روپے چاندنی ، شبنم اور روبینہ میں اس طرح تقسیم کیجیے کہ چاندنی اور شبنم کے حصّوں میں $2\frac{1}{2} : 2$ اور شبنم اور روبینہ کے حصوں میں $3\frac{1}{4} : 2\frac{1}{2}$ کی نسبت ہو۔

7- بارُود میں شورہ اور کوئلہ کو 3 : 15 کی نسبت سے اور کوئلہ اور گندھک کو $2 : \frac{3}{2}$ کی نسبت

سے ملایا گیا ہے۔ بتائیے 30 کلوگرام بارُود بنانے کے لیے ہر ایک جزو کی مقدار کیا لی جائے گی؟

8- ابراہیم، صدّیق اور مجید میں 1720 روپے کی رقم اس طرح تقسیم کیجیے کہ اگر ابراہیم کو 5 روپے ملیں تو صدیق کو 4 روپے اور اگر صدیق کو 6 روپے ملیں تو مجید کو 8 روپے ملیں۔ ہر ایک کا حصّہ معلوم کیجیے۔

9- مثلث کے تینوں زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ 180 درجے ہوتا ہے۔ ABC مثلث میں A زاویہ کی مقدار اور B زاویہ کی مقدار میں $\frac{1}{3}$ نسبت $\frac{1}{2}$ ہے۔ جبکہ B زاویہ کی مقدار اور C زاویہ کی مقدار میں $\frac{1}{4}$ نسبت $\frac{1}{3}$ ہے۔ اس کے ہر ایک زاویہ کی مقدار معلوم کیجیے۔

10- 624 روپے کی رقم طاہرہ، خدیجہ اور زبیدہ میں اس طرح تقسیم کیجیے کہ ان کے حصّوں میں $\frac{1}{4} : \frac{1}{3} : \frac{1}{2}$ کی نسبت ہو۔

باب 5

فی صد

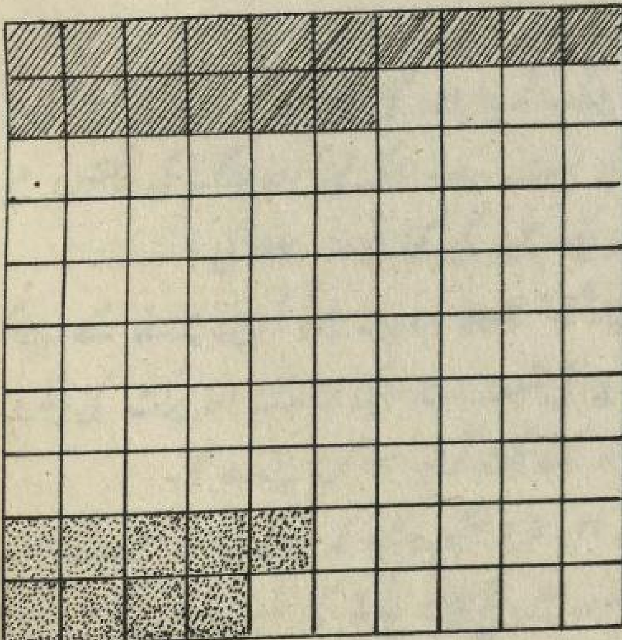
5.1 فی صد :

ہم جانتے ہیں کہ ایک روپے میں 100 پیسے ہوتے ہیں یا ایک پیسہ ایک روپے کا سوواں حصّہ ہے۔ ہم یوں بھی کہہ سکتے ہیں کہ ایک پیسہ ایک روپے کا $\frac{1}{100}$ یا 1 فی صد ہے۔ فی صد کے معنی ہیں " ہر سو کے لیے "۔ 3 پیسے روپے کا 3 سوویں یا $\frac{3}{100}$ یا 3 فی صد ہیں۔اسی طرح 7 پیسے روپے کا $\frac{7}{100}$ یا 7 فی صد ہیں۔ 25 پیسے روپے کا 25 فی صد ہیں۔

اسی طرح 17 فی صد = 100 پر 17 = $\frac{17}{100}$

82 فی صد = 100 پر 82 = $\frac{82}{100}$

فی صد کو علامتی طور پر ٪ لکھا جاتا ہے۔ یعنی 17 فی صد کو ٪ 17 ، 82 فی صد کو ٪ 82 لکھتے ہیں۔



سامنے دی ہوئی شکل کو 100 برابر خانوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ ایک خانہ پوری شکل کا ایک سوواں یا $\frac{1}{100}$ یا ٪ 1 ہے۔ اس شکل میں کچھ خانے نقطہ دار، کچھ لکیر دار کچھ سایہ دار اور باقی خانے خالی چھوڑ دیے گئے ہیں۔ نقطہ دار خانے 9 ہیں۔ یہ کل خانوں کا $\frac{9}{100}$ ہیں یا ٪ 9 ہیں۔ اب آپ شکل دیکھ کر بتائیے کہ

(i) لکیر دار خانے کتنے ہیں اور کُل خانوں کا کتنے فی صد ہیں۔

(ii) سایہ دار خانے کتنے ہیں اور کُل خانوں کا کتنے فی صد ہیں۔

(iii) خالی خانے کتنے ہیں اور کُل خانوں کا کتنے فی صد ہیں۔

مشق 5.1

1۔ مندرجہ ذیل نقشے میں پہلی سطر کی طرح خالی خانے پُر کیجیے۔

(i)	40 %	=	$\frac{40}{100}$	=	40 سوویں
(ii)	□	=	□	=	30 سوویں
(iii)	25 %	=	□	=	□
(iv)	□	=	$\frac{3}{100}$	=	□
(v)	9 %	=	□	=	□
(vi)	□	=	□	=	15 سوویں
(vii)	□	=	$\frac{48}{100}$	=	□
(viii)	90 %	=	□	=	□
(ix)	□	=	$\frac{1}{100}$	=	□
(x)	100 %	=	□	=	□

2۔ ایک لڑکے نے ریاضی کے مضمون میں 100 میں سے 85 نمبر حاصل کیے۔ اس نے کتنے فی صد نمبر حاصل کیے ؟

3۔ ہمارے سکول میں ساتویں جماعت کے فریق اے میں 53 لڑکے اور فریق بی میں 47 لڑکے ہیں۔ فریق اے میں کل تعداد کا کتنے فی صد لڑکے ہیں۔

4۔ ایک کوئنٹل میں 100 کلوگرام ہوتے ہیں۔ بتائیے مندرجہ ذیل کلوگرام ایک کوئنٹل کا کتنے فی صد ہیں۔

1 کلوگرام ، 5 کلوگرام ، 20 کلوگرام

70 کلوگرام ، 95 کلوگرام

5.2 فی صد اور کسور اعشاریہ کی باہمی تبدیلی :

ہمیں معلوم ہے کہ فی صد کسریں ، سویں حصّوں کو ظاہر کرتی ہیں اور کسور اعشاریہ دسویں ، سوویں ، اور ہزارویں وغیرہ حصّوں کو ۔ مثلاً

(i)

$$7\% = \frac{7}{100} = .07$$

$$5.3\% = \frac{53}{10}\% = \frac{53}{1000} = .053$$

$$60\% = \frac{60}{100} = .6$$

$$79\% = \frac{79}{100} = .79$$

(ii)

$$.09 = \frac{9}{100} = 9\%$$

$$.01 = \frac{1}{100} = 1\%$$

$$.39 = \frac{39}{100} = 39\%$$

$$.225 = \frac{22.5}{100} = 22.5\%$$

اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ

کسی کسر اعشاریہ کو فی صد میں تبدیل کرنے کے لیے نقطہ اعشاریہ کو دو مراتب دائیں طرف سرکا کر حاصل شدہ عدد کے ساتھ علامت % لکھ دیتے ہیں ۔

5.3 فی صد کی کسر عام میں تبدیلی :

ہم پڑھ چکے ہیں کہ فی صد کا مطلب ہے " ہر سو کے لیے " فی صد ایک ایسی کسر ہوتی ہے ، جس کا مخرج ہمیشہ 100 ہوتا ہے ۔

چنانچہ

$$8\% = \frac{8}{100}$$

$$= \frac{2}{25}$$

$$24\% = \frac{24}{100} = \frac{6}{25}$$

$$75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

اسی طرح کسی بھی فیصد کو کسر عام میں تبدیل کیا جا سکتا ہے۔

مثال 1 : 50% کو کسرِ عام میں تبدیل کیجیے۔

حل :

$$50\% = \frac{50}{100}$$

$$= \frac{1}{2}$$

مثال 2 : $22\frac{1}{2}\%$ کو کسرِ عام میں تبدیل کیجیے۔

حل :

$$22\frac{1}{2}\% = \frac{45}{2}\%$$

$$= \frac{45}{2} \times \frac{1}{100}$$

$$= \frac{45}{200} = \frac{9}{40}$$

5.4 کسرِ عام کی فی صد میں تبدیلی .

دی ہوئی کسر کے شمار کنندہ اور مخرج دونوں کو 100 سے ضرب دیں۔ مثلاً

(i) $\frac{7}{8} = \frac{7 \times 100}{8 \times 100} = \frac{7 \times 25}{2 \times 100} = \frac{175}{2} \times \frac{1}{100}$

$= 87\frac{1}{2} \times \frac{1}{100} = 87\frac{1}{2}\%$

(ii) $\frac{17}{40} = \frac{17 \times 100}{40 \times 100} = \frac{17 \times 5}{2} \times \frac{1}{100} = \frac{85}{2} \times \frac{1}{100}$

$= 42\frac{1}{2} \times \frac{1}{100} = 42\frac{1}{2}\%$

(iii) $\frac{23}{30} = \frac{23 \times 100}{30 \times 100} = \frac{23 \times 10}{3} \times \frac{1}{100}$

$= \frac{230}{3} \times \frac{1}{100} = 76\frac{2}{3} \times \frac{1}{100} = 76\frac{2}{3}\%$

(iv) $\frac{27}{32} = \frac{27 \times 100}{32 \times 100} = \frac{27 \times 25}{8} \times \frac{1}{100}$

$= \frac{675}{8} \times \frac{1}{100}$

$= 84\frac{3}{8} \times \frac{1}{100} = 84\frac{3}{8}\%$

مشق 5.2

1 ۔ مندرجہ ذیل کو کسر اعشاریہ میں تبدیل کیجیے ۔

(i) 99 %　(ii) 325 %　(iii) 12.5 %

(iv) 77.5 %　(v) 3.5 %　(vi) $12\frac{1}{2}\%$

(vii) $39\frac{1}{2}\%$　(viii) $8\frac{1}{2}\%$　(ix) $112\frac{1}{2}\%$

(x) $1\frac{1}{2}\%$

2 ۔ مندرجہ ذیل کو فی صد میں تبدیل کیجیے ۔

(i) .025　(ii) .085　(iii) .105

(iv) .375　(v) .4　(vi) .9

(vii) .003　(viii) .088　(ix) 3.25

(x) 33.7

3 ۔ مندرجہ ذیل کو کسور عام میں تبدیل کیجیے اور جواب مختصر صورت میں لکھیے ۔

(i) $2\frac{1}{2}\%$　(ii) $6\frac{3}{4}\%$　(iii) $12\frac{1}{2}\%$

(iv) $3\frac{1}{3}\%$　(v) $16\frac{2}{3}\%$　(vi) $33\frac{1}{3}\%$

(vii) $66\frac{2}{3}\%$　(viii) $22\frac{2}{5}\%$　(ix) $32\frac{2}{5}\%$

(x) $80\frac{2}{5}\%$

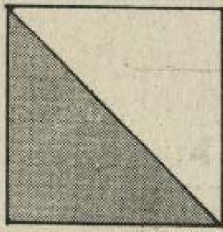
4- نیچے دی ہوئی کسورعام کو فی صد میں تبدیل کیجئے ۔

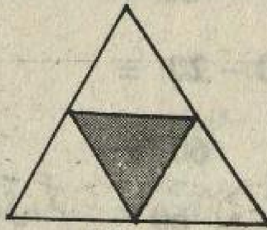
(i) $\frac{1}{4}$ (ii) $\frac{1}{5}$ (iii) $\frac{7}{20}$ (iv) $\frac{13}{20}$

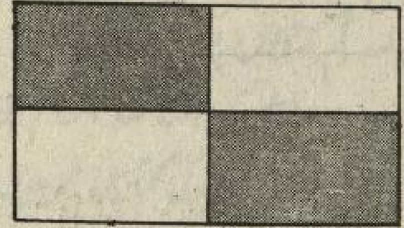
(v) $\frac{8}{25}$ (vi) $\frac{5}{8}$ (vii) $\frac{3}{8}$ (viii) $\frac{9}{16}$

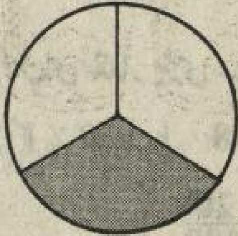
(ix) $\frac{7}{15}$ (x) $\frac{11}{3}$

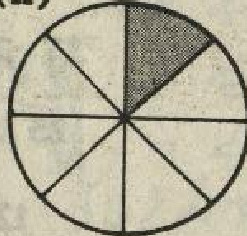
5- نیچے دی ہوئی شکلوں کو دیکھ کر بتائیے کہ ان کے کتنے کتنے فیصد حصے لکیردار ہیں۔

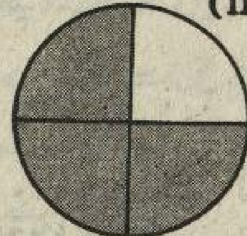

(i)

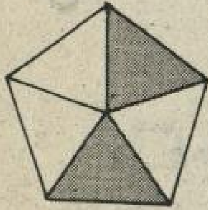

(ii)

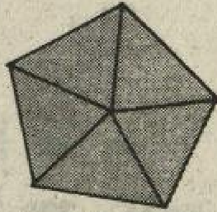

(iii)


(iv)


(v)


(vi)


(vii)


(viii)

6- مربع کے ضلع کی مقدار اس ضلع کے احاطہ کا کتنے فی صد ہوتی ہے۔

7- شلجم میں 85 فی صد پانی ہوتا ہے۔ (کسرعام میں لکھیے۔)

8- مندرجہ ذیل کو کسرعام میں لکھیے۔

(i) محمود کی حاضریاں ٪ 90 ہیں۔

(ii) حواس خمسہ کی فی صد تقسیم مندرجہ ذیل ہے۔

دیکھنے کی ٪ 87 ، سُننے کی ٪ 7 ، سونگھنے کی ٪ 35 ،

چھونے کی ٪ 15 ، چکھنے کی ٪ 1 ۔

5.5 کسی مقدار کا فی صد معلوم کرنا :

مثال 1 : مبین کے پاس 80 روپے تھے۔ اس نے ان کا ٪ 25 خرچ کر لیا۔ اس کے پاس کتنی رقم باقی رہ گئی ؟

حل :

کل رقم = 80 روپے

80 روپے کا 25 فی صد = $80 \times \frac{25}{100}$

= 20

= 80 − 20

= 60

باقی رقم = 60 روپے

مثال 2 : کون سی مقدار بڑی ہے اور کتنی ؟

125 کا ٪ 20 یا 88 کا ٪ 25

حل :

$125 \times \frac{20}{100}$ (125 کا ٪20)

= 25

$88 \times \frac{25}{100}$ (88 کا ٪25)

= 22

25 − 22 (مقداروں کا فرق)

= 3

پس 125 کا 20 فی صد بڑی مقدار ہے اور مقداروں کا فرق 3 ہے۔

5.6 کسی مقدار کا فی صد دیا ہو تو مقدار معلوم کرنا :

مثال 1 : ایک مزدور کی ایک دن کی اُجرت کا ٪ 20 ، 5 روپے کے برابر ہے۔ مزدور کی کُل اُجرت بتائیے۔

حل :

$$20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

$\frac{1}{5}$ کُل اُجرت کا % 20 = کُل اُجرت کا $\frac{1}{5}$ = کُل اُجرت × $\frac{1}{5}$

اب کُل اُجرت × $\frac{1}{5}$ = 5

کُل اُجرت = 5 × 5 = 25 روپے

پس

کسی مقدار کا فی صد دیا ہُوا ہو تو مقدار کو کسر پر تقسیم کرنے سے مقدار معلوم ہو جاتی ہے۔

5.7 ایک مقدار کو دُوسری مقدار کی فیصد کسر میں لانا :

مثال : اسلم کو 30 روپے نقد انعام ملا۔ اس نے 21 روپے کی اچھّی اچھّی کتابیں خریدلیں۔ بتائیے اس نے کتنے فی صد رقم کتابوں پر خرچ کی ؟

حل : اسلم کو جتنا نقد انعام ملا = 30 روپے

جتنے روپوں کی کتابیں خریدیں = 21 روپے

30 روپوں میں سے جتنے روپے خرچ کیے = 21

1 روپیہ میں سے جتنے روپے خرچ کیے = $\frac{21}{30}$

100 روپے میں سے جتنے روپے خرچ کیے = $\frac{21}{30}$ × 100 = 70 روپے

پس اسلم نے % 70 رقم خرچ کی ۔

مشق 5.3

1۔ خالی جگہ پُر کیجیے ۔

(i) 30 کا 10 فی صد = ☐ (ii) 50 کا 50 فی صد = ☐

(iii) 70 کا 40 فی صد = ☐ (iv) 250 کا 20 فی صد = ☐

2۔ کونسی مقدار کتنی بڑی ہے ۔

(i) 324 کا 75 فی صد یا 425 کا 60 فی صد

(ii) 400 کا 28 فی صد یا 360 کا 35 فی صد

(iii) 900 کا 55 فی صد یا 1650 کا 30 فی صد

3۔ مندرجہ ذیل میں خالی جگہ پُر کیجیے۔

(i) ☐ کا % 15 = 75 (ii) ☐ کا % 80 = 200

(iii) ☐ کا %22 = 88 (iv) ☐ کا % $6\frac{2}{3}$ = 75

4- ایک دکاندار نے 325 انڈے خریدے۔ جن میں سے ٪8 انڈے خراب نکلے۔ بتائیے کتنے انڈے اچھے تھے۔

5- ایک گاؤں کی آبادی ہر سال 6 فی صد کے حساب سے بڑھتی ہے۔ اگر آج اس کی آبادی 14000 ہو تو بتایئے ایک سال کے بعد اس کی آبادی کتنی ہو گی ؟

6- عُمر نے سائنس کے 24 تجربے کیے جو کل تجربوں کا 60 فی صد ہیں۔ عُمر نے کُل کتنے تجربے کیے تھے ؟

7- ایک دکاندار نے کچھ انڈے خریدے جن میں سے 20 فی صد خراب نکلے۔ اگر خراب انڈے 36 ہوں تو بتایئے دکاندار نے کُل کتنے انڈے خریدے ؟

8- اصغر نے اپنی 1200 روپے کی آمدنی پر 10 فی صد ٹیکس ادا کیا۔ اصغر نے کتنے روپے ٹیکس ادا کیا۔ مزید اس کے پاس کتنی رقم بچی ؟

9- ایک سکول کے کُل 1100 طلبہ میں سے ٪3 ہوسٹل میں رہتے ہیں باقی اپنے اپنے گھروں میں رہتے ہیں۔ کتنے طلبہ پڑھنے کے لیے اپنے گھروں سے روزانہ آتے ہیں ؟

10- اسلم نے ایک کتاب پڑھنا شروع کی اور جب اُس نے 143 صفحات پڑھ لیے تو کہنے لگا کہ کتاب کا ٪65 پڑھ لیا ہے۔ کتاب کے کُل کتنے صفحات تھے ؟

11- $1\frac{1}{2}$ کوئنٹل آم میں سے 20 کلوگرام آم خراب ہو گئے۔ بتائیے کتنے فی صد آم خراب ہُوئے ؟

12- حسن کی آمدنی 40000 روپے ہے۔ اگر وہ 3000 روپے خرچ کرے تو بتایئے وُہ اپنی آمدنی کا کتنے فی صد خرچ کرتا ہے ؟

13- ایک صدر ممتحن نے 12400 کاپیوں میں سے 1240 کاپیاں جانچیں۔ بتایئے اس نے کتنے فی صد کاپیاں جانچیں ؟

14- ایک امتحان میں 200 لڑکیاں شریک ہُوئیں جن میں سے 48 لڑکیاں فیل ہو گئیں۔ بتائیے کتنے فی صد لڑکیاں فیل ہُوئیں ؟

15- ایک مکان اور باغ دونوں کی کل قیمت 37500 روپے ہے۔ باغ کی قیمت کُل قیمت کا ٪21 ہے۔ مکان کی قیمت بتائیے۔

16- ایک سکول میں 800 لڑکے پڑھتے ہیں۔ ان میں سے 784 لڑکے شہر کے رہنے والے ہیں اور باقی دیہاتی ہیں۔ شہری اور دیہاتی لڑکوں کی فی صد تعداد علیحدہ علیحدہ بتائیے۔

17- حمید کو عید کے روز کُل 25 روپے جیب خرچ مِلا اور اس نے 16 روپے خرچ کیے۔

بتائیے کتنے فی صد روپے خرچ ہو گئے ؟ کتنے فی صد رقم باقی رہے ؟

18 - ایک دن ایک کارخانے میں 300 آدمیوں میں سے 105 آدمی دیر سے آئے۔ بتائیے کتنے فی صد آدمی وقت پر آئے۔

5.8 شراکت :

جب دو یا دو سے زیادہ آدمی سرمایہ لگا کر اکٹھا کاروبار کرتے ہیں اور نفع و نقصان میں شریک ہوتے ہیں تو اس طرح مل جل کر کاروبار کرنے کو شراکت کہتے ہیں۔

نفع یا نقصان تقسیم کرنے کا طریقہ :

نفع یا نقصان تقسیم کرتے وقت دو باتوں کا خیال رکھا جاتا ہے کہ حصہ داروں نے کاروبار میں کتنا کتنا سرمایہ لگایا اور ہر ایک نے یہ سرمایہ کتنی کتنی مدت کے لیے لگایا۔

مثلاً یہ ممکن ہے کہ

(i) حصہ داروں نے کاروبار میں برابر سرمایہ ایک خاص مدت کے لیے لگایا ہو۔

(ii) سرمایہ کی رقوم برابر تھیں لیکن حصہ داروں نے مختلف مدت کے لیے سرمایہ فراہم کیا۔

(iii) سرمایہ کی رقوم مختلف تھیں لیکن مدت برابر تھی۔

(iv) سرمایہ کی رقوم مختلف تھیں اور مدت بھی مختلف تھی۔

آئیے چند مثالوں کی مدد سے وضاحت کرتے ہیں کہ مختلف صورتوں مین نفع یا نقصان کس طرح تقسیم کیا جاتا ہے۔

مثال 1 : حمید اور اسلم نے بالترتیب 4000 روپے اور 5000 روپے کے سرمایہ سے مل کر کاروبار شروع کیا۔ کچھ مدت کے بعد انھیں 4500 روپے نفع ہُوا۔ ہر ایک کا نفع فیصد معلوم کیجیے۔

حل :

حمید کا سرمایہ = 4000 روپے

اسلم کا سرمایہ = 5000 روپے

نفع = 4500 روپے

سرمایوں میں نسبت

اسلم کا سرمایہ : حمید کا سرمایہ

4000 : 5000

یا $4:5$

(نسبتی مجموعہ) $9 = 4 + 5$

حمید کا حصّہ $= 4500 \times \frac{4}{9}$

$= 2000$ روپے

حمید کا نفع فی صد $= \frac{200 \times 100}{4500}$

$= 44\frac{4}{9}\%$

اسلم کا حصّہ $= 4500 \times \frac{5}{9}$

$= 2500$ روپے

اسلم کا نفع فی صد $= \frac{2500 \times 100}{4500}$

$= 55\frac{5}{9}\%$

نوٹ : اگر سرمائے ایک خاص مدّت کے لیے لگائے جائیں تو نفع کی رقم سرمایوں کی نسبت کے لحاظ سے تقسیم کر دی جاتی ہے۔

مثال 2 : ظفر نے 350 روپے 8 ماہ کے لیے اور عبدالغفور نے 320 روپے 10 ماہ کے لیے ایک کاروبار میں لگائے۔ اگر انھیں 450 روپے نفع ہوا ہو تو ہر ایک کا نفع فیصد معلوم کیجیے۔

وضاحت : ظفر کا سرمایہ 8 ماہ کے لیے کاروبار میں لگا رہا اور عبدالغفور کا سرمایہ 10 ماہ کے لیے لگا رہا۔ لیکن نفع یا نقصان کی صورت میں آسانی ہوگی جب ان کے سرمایے ایک ہی مدّت کے لیے کاروبار میں لگے رہے ہوں۔ اب ہم وہ صورت معلوم کرتے ہیں کہ دونوں کے سرمایوں کی مدّت ایک ہی ہو۔

ظفر کو 350 روپے 8 ماہ کے لیے لگانے سے کچھ نفع ہوگا۔ اگر وہ یہ نفع ایک ماہ میں حاصل کرنا چاہے تو پھر کتنی رقم لگائے گا۔ ظاہر ہے وہ پہلے سے آٹھ گنا رقم لگائے گا یعنی وہ

$(8 \times 350 = 2800)$ روپے لگائے گا۔

اسی طرح عبدالغفور اگر ایک ماہ میں اُتنا ہی نفع کمانا چاہے جتنا وہ 320 روپے لگاکر 10 ماہ میں کماتا ہے تو اُسے بھی 320 روپے سے دس گنا رقم لگانا ہوگی۔ یعنی عبدالغفور ($320 \times 10 = 3200$) روپے لگائے گا۔

اسی طرح نفع 3200 : 2800 کی نسبت میں تقسیم ہوگا۔

حل : عبدالغفور کا 1 ماہ کا سرمایہ : ظفر کا 1 ماہ کا سرمایہ

$$8 \times 350 : 10 \times 320$$

$$2800 : 3200$$

$$7 : 8$$

(نسبتی مجموعہ) $7 + 8 = 15$

ظفر کا حصّہ $= 450 \times \frac{7}{15}$

$= 210$ روپے

ظفر کا نفع فی صد $= \frac{210 \times 100}{450}$

$= 46\frac{2}{3}\%$

عبدُالغفور کا حصّہ $= 450 \times \frac{8}{15}$

$= 240$ روپے

عبدُالغفور کا نفع فی صد $= \frac{240 \times 100}{450}$

$= 53\frac{1}{3}\%$

نوٹ : اگر سرمائے مختلف ہوں اور مدّت بھی مختلف ہو تو نفع یا نقصان میں وہی نسبت ہوتی ہے جو سرمایوں اور مدّتوں کے حاصل ضرب کے برابر ہوتی ہے۔

مثال 3 : صدیق اور بشیر میں سے ہر ایک نے ایک کاروبار میں 1500 روپے کے سرمائے سے شرکت کی۔ صدیق کا سرمایہ 3 ماہ کے لیے اور بشیر کا سرمایہ 4 ماہ کے لیے لگا رہا۔ اس کاروبار میں انھیں 1260 روپے نفع ہُوا۔ ہر ایک کا نفع فیصد معلوم کیجیے۔

حل : صدیق کا سرمایہ = 1500 روپے

مدت سرمایہ = 3 ماہ

صدیق کا سرمایہ 1 ماہ کے لیے = 1500×3

= 4500 روپے

بشیر کا سرمایہ = 1500 روپے

مدت سرمایہ = 4 ماہ

بشیر کا سرمایہ 1 ماہ کے لیے = 1500×4

= 6000 روپے

سرمایوں میں نسبت

بشیر کا سرمایہ ایک ماہ کے لیے : صدیق کا سرمایہ ایک ماہ کے لیے

$3 \times 1500 : 4 \times 1500$

$3 : 4$

نسبتی مجموعہ = $7 = 3 + 4$

صدیق کا حصہ = $1260 \times \frac{3}{7}$

= 540 روپے

صدیق کا نفع فی صد = $\frac{540 \times 100}{1260}$

= $42\frac{6}{7}\%$

بشیر کا حصہ = $1260 \times \frac{4}{7}$

= 720 روپے

بشیر کا نفع فی صد = $\frac{720 \times 100}{1260}$

$57\frac{1}{7}\%$ -

نوٹ : اگر سرمائے برابر ہوں تو نفع یا نقصان کی رقم مدتوں میں نسبت کے لحاظ سے تقسیم ہو جاتی ہے۔

مشق 5.4

1- یونس نے 3000 روپے 4 ماہ کے لیے کاروبار میں لگائے اور کچھ منافع کمایا۔ وہ اتنا ہی نفع ایک ماہ میں حاصل کرنا چاہتا ہے۔ بتائیے وہ کاروبار میں کتنی رقم لگائے گا؟

2- اقبال اور اکرم نے بالترتیب 2000 روپے اور 3000 روپے 5 ماہ کے لیے کاروبار میں لگائے۔ 900 روپے نفع میں ہر ایک کا نفع فیصد معلوم کیجیے۔

3- طلعت اور نذیر نے تین تین ہزار روپے کی شراکت سے کاروبار شروع کیا۔ 7 ماہ بعد انھیں 2100 روپے نفع ہُوا۔ نفع میں ہر ایک کا فیصد حصّہ معلوم کیجیے۔

4- اعجاز نے 8000 روپے 8 ماہ کے لیے اور عبدالرحمٰن نے 8000 روپے ایک سال کے لیے کاروبار میں لگائے۔ اگر سال کے آخر میں 5000 روپے نفع ہوا ہو تو ہر ایک کا نفع فیصد معلوم کیجیے۔

5- اصغر اور شریف نے شراکت سے تجارت شروع کی۔ اصغر نے 1200 روپے اور شریف نے 1500 روپے لگائے اگر سال کے آخر میں 900 روپے نفع ہوا ہو تو ہر ایک کا نفع فیصد معلوم کیجیے۔

6- ظفر نے 1400 روپے 9 ماہ کے لیے اور انور نے اتنا ہی سرمایہ ایک سال کے لیے مشترک کاروبار میں لگایا۔ اگر انھیں 2100 روپے نفع ہوا ہو تو نفع میں ہر ایک کا فیصد حصّہ معلوم کیجیے۔

7- حمید اور مجید نے شراکت سے تجارت شروع کی۔ حمید نے 15000 روپے اور مجید نے 4000 روپے لگائے۔ حمید کا سرمایہ ایک سال تک لگا رہا جبکہ مجید نے اپنا سرمایہ 10 ماہ بعد واپس لے لیا۔ اگر ایک سال کے بعد انھیں 2200 روپے نقصان ہوا ہو تو ہر ایک کا نقصان فیصد معلوم کیجیے۔

8- یونس اور پرویز نے ایک چراہ گاہ 595 روپے کرایہ پر لی۔ یُونس نے 48 بھیڑیں اور پرویز نے 64 بھیڑیں چرائیں۔ بتائیے ہر ایک کو کتنا کتنا کرایہ دینا پڑا۔

5.9 کمیشن :

مقررہ قیمتوں میں کمی کٹوتی یا کمیشن کہلاتی ہے۔ کتابوں کے پبلشرز، کتب فروش کو کمیشن پر کتابیں دیتے ہیں اور کتب فروش مقررہ قیمت پر بازار میں بیچتے ہیں۔

مثال 1 : ایک کتب فروش نے 500 روپے کی کتابیں خریدیں۔ بتائیے 15 فیصد کے حساب سے اسے کتنا کمیشن ملا۔

حل :

کتابوں کی قیمت = 500 روپے

کمیشن کی شرح = 15 %

$= \frac{15}{100}$

کُل کمیشن $= 500 \times \frac{15}{100}$

= 75 روپے

مثال 2 : احمد نے اپنی موٹر کار 7550 روپے میں ایک کمیشن ایجنٹ کے ذریعے بیچی۔ اگر اُسے 3 % کے حساب سے کمیشن ادا کرنا پڑے تو بتائیے کہ اُسے کتنی رقم وصول ہُوئی ؟

حل :

موٹر کار جتنے میں بکی = 7550 روپے

کمیشن = 3 %

$= \frac{3}{100}$

جتنی کمیشن ادا کی $= 7550 \times \frac{3}{100}$

= 226.50

رقم جو احمد کو وصول ہُوئی = 7550 − 226.50

= 7323.50 روپے

مشق 5.5

1- ایک چیز پر لکھی ہوئی قیمت 350 روپے ہے۔ 20 % کے حساب سے اس چیز پر کتنا کمیشن ملے گا؟

2- ایک ریڈیو کی قیمت 475 روپے ہے۔ بتائیے %6 کے حساب سے اس پر کتنا کمیشن ملے گا؟

3- ساتویں جماعت کے لیے ریاضی کی کتاب کی قیمت 6.75 روپے ہے۔ ایک دکاندار نے ریاضی کی 40 کتابیں خریدیں۔ اسے %15 کے حساب سے کتنا کمیشن ملے گا؟

4- باٹا شو کمپنی اپنے ایجنٹوں کو عموماً %20 کمیشن پر مال دیتی ہے۔ جس جوتے پر 290.95 روپے قیمت درج ہو تو اس جوتے پر ایجنٹ کو کتنا کمیشن ملے گا؟

5- ایک ایجنٹ کو $\frac{1}{2}$ فیصد کے حساب سے دکانوں کا کرایہ وصول کرنے کا کمیشن ملتا ہے۔ اگر اس نے ایک ماہ کا کل 1840 روپے کرایہ وصول کیا ہو تو اس کا کمیشن بتائیے۔

6- گل محمد نے اپنا بنگلہ 56000 روپے میں ایک کمیشن ایجنٹ کے ذریعے بیچا۔ اگر ایجنٹ کو $2\frac{1}{4}$% کے حساب سے کمیشن دیا گیا ہو تو گل محمد نے کل کتنی رقم وصول کی؟

7- ایک پراپرٹی ڈیلر نے شفیع کا ایک پلاٹ 12000 روپے میں رفیع کے ہاتھ بکوایا اور دونوں طرف سے %1 کمیشن وصول کیا۔ اس کا کل کمیشن بتائیں؟ نیز شفیع کو کیا ملا اور رفیع نے کتنی رقم ادا کی؟

8- ایک آڑھتی نے ایک زمیندار کے کل 8000 روپے کے چاول بیچے اور $7\frac{1}{2}$ فیصد کے حساب سے اپنی آڑھت کاٹی۔ بتائیے زمیندار کو کتنی رقم ملی؟

5.10 نفع یا نقصان فی صد میں :

نفع یا نقصان فی صد میں معلوم کرنے کے لیے ہم مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کرتے ہیں۔

مثال 1 : اگر 20 کلوگرام چاول 150 روپے میں خرید کر 162 روپے میں فروخت کر دیے جائیں اور ایک درجن پنسلیں 14.40 روپے میں خرید کر 18 روپے میں بیچ دی جائیں تو کس سودے میں زیادہ فائدہ ہوگا۔

حل :

چاول	پنسلیں
قیمتِ خرید = 150 روپے	قیمتِ خرید = 14.40 روپے
قیمتِ فروخت = 162 روپے	قیمتِ فروخت = 18 روپے
نفع = 12 روپے	نفع = 3.60 روپے

بظاہر چاولوں کے کاروبار میں نفع زیادہ معلوم ہوتا ہے لیکن ہم دیکھتے ہیں کہ اسے 12 روپے نفع حاصل کرنے کے لیے 150 روپے کے چاول خریدنا پڑتے ہیں اور 14.40 روپے کی پنسلیں خرید کر 3.60 روپے نفع حاصل ہوتا ہے۔

اِس لیے نفع کا مقابلہ کرنے کے لیے ضروری ہے کہ دونوں قسم کا مال ایک ہی رقم کا خریدا جائے۔

منافع کا مقابلہ کرنے کے لیے آسانی کی خاطر 100 روپے کے مال پر منافع یعنی ہر سودے میں نفع فیصد کا مقابلہ کرتے ہیں اور اُسے **نفع فیصد** کہتے ہیں۔ آیئے اب ہم دی گئی مثال میں نفع کا مقابلہ 100 کے حساب سے کرتے ہیں۔

چاول

150 روپے پر نفع = 12 روپے

1 روپیہ پر نفع = $\frac{12}{150}$

100 روپے پر نفع = $100 \times \frac{12}{150}$

= 8 روپے

پنسلیں

14.40 روپے پر نفع = 3.60 روپے

1 روپیہ پر نفع = $\frac{3.60}{14.40}$

= $\frac{100}{1440} \times \frac{360}{100}$

= $\frac{1}{4}$

100 روپے پر نفع = $100 \times \frac{1}{4}$

= 25 روپے

اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ پنسلوں کے سودے پر منافع زیادہ ہُوا۔

مثال **2** : ایک گائے **2000** روپے میں خرید کر **1600** روپے میں بیچ دی گئی۔ نقصان فی صد معلوم کیجیے۔

حل : قیمت خرید = **2000** روپے

قیمت فروخت = **1600** روپے

(نقصان) = **2000 − 1600**

= **400** روپے

2000 روپے خرچ کرنے پر نقصان = **400** روپے

1 روپیہ خرچ کرنے پر نقصان = $\frac{400}{2000} = \frac{1}{5}$ روپے

100 روپے خرچ کرنے پر نقصان = $100 \times \frac{1}{5}$

$= \frac{100}{5}$

= **20** روپے

پس گائے بیچنے پر **20** فی صد نقصان ہُوا۔

مثال **3** : یونس نے **4** روپے فی کلوگرام والے آم خرید کر **4.50** روپے فی کلوگرام کے حساب سے بیچ دیے۔ اس کا نفع یا نقصان فی صد معلوم کیجیے۔

حل : فی کلوگرام قیمتِ خرید = **4** روپے

فی کلوگرام قیمتِ فروخت = **4.50** روپے

نفع = **4.50 − 4.00**

= **0.50** روپے

= $\frac{50}{100}$ روپے

چونکہ نفع ہمیشہ قیمت خرید پر ہوتا ہے اس لیے

4 روپے پر نفع = $\frac{50}{100}$ روپے

1 روپیہ پر نفع = $\frac{1}{4} \times \frac{50}{100}$

100 روپے پر نفع = $100 \times \frac{1}{4} \times \frac{50}{100}$

= $\frac{25}{2}$ روپے = $12\frac{1}{2}$ روپے

پس یونس کو $12\frac{1}{2}\%$ نفع ہُوا۔

مشق 5.6

1- اسد نے ایک مرغی 32 روپے میں خرید کر 40 روپے میں بیچ دی۔ اس کا نفع فیصد بتائیے۔

2- 30 روپے کی ایک ٹوپی 36 روپے میں بیچنے سے کتنے فیصد نفع یا نقصان ہو گا؟

3- ایک دکاندار نے 200 روپے کی نصف کوئنٹل دال خرید کر 4.50 روپے فی کلوگرام کے حساب سے بیچ دی۔ اس کا نفع یا نقصان فیصد بتائیے۔

4- اِقبال نے 8 روپے فی درجن کے حساب سے 300 انڈے خریدے اور 70 روپے سینکڑہ کے حساب سے فروخت کر دیے۔ بتائیے اسے کتنے فیصد نفع یا نقصان ہُوا؟

5- رحیم نے پچیس روپے والے پانچ پین خریدے اور سب کو 110 روپے میں بیچ دیا۔ بتائیے اسے کتنے فیصد نفع یا نقصان ہُوا؟

6- ایک بک سیلرز نے 20 کتابیں 48 روپے میں خریدیں اور 2.80 روپے فی کتاب کے حساب سے فروخت کیں۔ بتائیے اسے کتنے فیصد نفع یا نقصان ہُوا؟

7- منیر نے ایک مکان 45000 روپے میں خرید کر 42000 روپے میں بیچ دیا۔ اُسے کتنے فیصد نفع یا نقصان ہُوا؟

8- خالد نے کیلے 5 روپے درجن کے حساب سے خرید کر 7 روپے فی درجن کے حساب سے فروخت کر دیے۔ نفع یا نقصان فیصد میں بتائیے۔

9- ایک پھل فروش نے کچھ کینو 20 روپے سینکڑا کے حساب سے خرید کر 3 روپے فی درجن کے حساب سے بیچ دیے۔ اس کا نفع یا نقصان فیصد میں معلوم کیجیے۔

10- مقصود نے دیسی گھی کے بھرے ہُوئے دو کنستر 1440 روپے میں خریدے۔ ہر کنستر میں 16 کلوگرام گھی تھا۔ ایک کنستر ٹپکتا تھا اس میں سے چار کلوگرام گھی بہہ گیا۔ باقی گھی کو اس نے 50 روپے فی کلوگرام کے حساب سے بیچ ڈالا۔ اس کا نفع یا نقصان فیصد معلوم کیجیے۔

5.11 قیمتِ فروخت معلوم کرنا : (جب کہ نفع یا نقصان فی صد معلوم ہو)

مثال 1 : عنایت نے ایک سکوٹر 12000 روپے میں خریدا اور اسی وقت % 8 نفع لے کر

فروخت کر دیا۔ سکوٹر کی قیمتِ فروخت بتائیے۔

حل : قیمتِ خرید = 12000 روپے

نفع = 8 %

8 % نفع کا مطلب یہ ہے کہ جو چیز 100 روپے میں خریدی جائے اس کی قیمتِ فروخت (108 = 8 + 100) روپے ہوگی۔

اگر قیمتِ خرید 100 روپے ہو تو قیمتِ فروخت = 108 روپے

اگر قیمتِ خرید 1 روپیہ ہو تو قیمتِ فروخت = $\frac{108}{100}$

اگر قیمتِ خرید 12000 روپے ہو تو قیمتِ فروخت = $12000 \times \frac{108}{100}$

= 12960 روپے

اب ہم اسی مثال کو تناسب کے طریقے سے حل کرتے ہیں۔

قیمتِ خرید : قیمتِ فروخت

108 : 100

□ : 12000

چونکہ قیمتِ خرید اور قیمتِ فروخت میں تناسب راست ہے

اِس لیے 100 : 12000 : : 108 : □

$$\frac{\square}{108} = \frac{12000}{100}$$

$$\square = \frac{1200 \times 108}{100}$$

$$\square = 12960$$

بس سکوٹر کی قیمتِ فروخت 12960 روپے ہے۔

مثال 2: ایک سائیکل کی قیمتِ خرید 825 روپے ہے۔ اُسے 4 % نقصان پر فروخت کیا گیا۔ قیمتِ فروخت معلوم کیجیے۔

حل : سائیکل کی قیمتِ خرید = 825 روپے

نقصان = 4 %

4 فی صد نقصان کا مطلب یہ ہے کہ 100 روپے قیمتِ خرید والی چیز 96 روپے میں فروخت ہو گی۔ (96 = 4 - 100)

8- 600 روپے کے مال کو $6\frac{3}{4}$ فیصد نفع پر بیچ دیا گیا۔ مال کی قیمتِ فروخت معلوم کیجیے۔

9- ایک دکاندار نے 40 کلوگرام مکئی 35 روپے میں خریدی۔ کچھ مکئی خراب ہو جانے کی وجہ سے اُسے 20 % نقصان ہُوا۔ بتائیے اس نے مکئی فی کلوگرام کس نرخ پر فروخت کی؟

5.12 قیمتِ خرید معلوم کرنا : (جبکہ نفع یا نقصان فیصد معلوم ہو)

مثال 1 : ایک بھیڑ کی قیمت 350 روپے ہے۔ ایک دکاندار اُس بھیڑ پر 25 % منافع لے کر اسے اتنی ہی قیمت پر بیچنا چاہتا ہے۔ بتائیے وہ بھیڑ کس قیمت پر خریدے کہ اُسے مطلوبہ منافع ملے۔

حل : فرض کیا بھیڑ کی قیمتِ خرید = 100 روپے

100 روپے پر 25 % منافع = 25 روپے

قیمتِ فروخت = 25 + 100

= 125 روپے

اصل قیمت = 350 روپے

قیمتِ فروخت : قیمتِ خرید

125 : 100

350 : □

چونکہ قیمت خرید اور قیمت فروخت میں تناسب راست ہے۔

لہٰذا □ : 100 :: 350 : 125

$$\frac{\square}{100} = \frac{350}{125}$$

$$\square = \frac{350}{125} \times 100$$

$$= \frac{35000}{125}$$

$$= 280$$

پس دکاندار کی قیمت خرید 280 روپے ہونی چاہیے۔

یاد رکھیے :

$$\text{قیمتِ فروخت} = \frac{\text{قیمتِ خرید} \times \text{100 روپے پر قیمتِ فروخت}}{100}$$

$$\text{قیمتِ خرید} = \frac{\text{قیمتِ فروخت} \times 100}{\text{100 روپے پر قیمتِ فروخت}}$$

مشق 5.8

1 - ایک بکری کو 45 روپے میں بیچنے سے 25% نفع ہُوا۔ بکری کی قیمتِ خرید بتائیے۔

2 - ایک گھوڑا 1955 روپے میں بیچنے سے 15% نقصان ہُوا۔ گھوڑے کی قیمتِ خرید بتائیے۔

3 - کچھ سامان 450 روپے میں بیچنے سے 10% نقصان ہوتا ہے۔ سامان کی لاگت بتائیے۔

4 - دُودھ 5 روپے فی لٹر بیچا جائے تو 20% نفع ہوتا ہے۔ دُودھ کی قیمتِ خرید فی لٹر معلوم کیجیے۔

5 - ایک بیل کو 1215 روپے میں بیچنے سے $12\frac{1}{2}\%$ نفع ہوتا ہے۔ بیل کی قیمتِ خرید بتائیے۔

6 - ایک پھل والے نے ایک درجن کیلے 7.20 روپے میں بیچے اور اس طرح اسے 20% نفع ہُوا۔ فی کیلا قیمتِ خرید معلوم کیجیے۔

7 - ایک بھیڑ کو 657 روپے میں بیچنے سے $9\frac{1}{2}$ فیصد نفع ہوتا ہے۔ بھیڑ کی قیمتِ خرید معلوم کیجیے۔

5.13 زکوٰۃ :

زکوٰۃ عربی زبان کا لفظ ہے جس کے لغوی معنی طہارت اور پاک و صاف ہونا ہیں۔ اِس سے مُراد اس مالی امداد کو کہتے ہیں جو ہر مُسلمان پر واجب ہے جو دولت کی ایک مخصوص مقدار کا مالک ہو۔ نماز کے بعد اسلام کا سب سے بڑا رُکن زکوٰۃ ہے۔ اللہ تعالےٰ کا حُکم ہے کہ نماز قائم کرو، زکوٰۃ دو اور رکوع کرنے والوں کے ساتھ رکوع کرو۔ زکوٰۃ سے غریب مسلمانوں کی معاشی ضروریات پوری کی جاتی ہیں۔ چنانچہ ہر دولت مند مسلمان ہر سال اپنے مال و دولت کا چالیسواں حصہ یعنی $2\frac{1}{2}$ فیصد اپنے غریب

یاد رکھیے :

$$\text{قیمتِ فروخت} = \frac{\text{قیمتِ خرید} \times \text{100 روپے پر قیمت فروخت}}{100}$$

$$\text{قیمتِ خرید} = \frac{\text{قیمت فروخت} \times 100}{\text{100 روپے پر قیمتِ فروخت}}$$

مشق 5.8

1 - ایک بکری کو 45 روپے میں بیچنے سے %25 نفع ہُوا۔ بکری کی قیمتِ خرید بتائیے۔

2 - ایک گھوڑا 1955 روپے میں بیچنے سے % 15 نقصان ہُوا۔ گھوڑے کی قیمتِ خرید بتائیے۔

3 - کچھ سامان 450 روپے میں بیچنے سے % 10 نقصان ہوتا ہے۔ سامان کی لاگت بتائیے۔

4 - دُودھ 5 روپے فی لٹر بیچا جائے تو % 20 نفع ہوتا ہے۔ دُودھ کی قیمتِ خرید فی لٹر معلوم کیجیے۔

5 - ایک بیل کو 1215 روپے میں بیچنے سے $12\frac{1}{2}$ % نفع ہوتا ہے۔ بیل کی قیمتِ خرید بتائیے۔

6 - ایک پھل والے نے ایک درجن کیلے 7.20 روپے میں بیچے اور اس طرح اسے % 20 نفع ہُوا۔ فی کیلا قیمتِ خرید معلوم کیجیے۔

7 - ایک بھیڑ کو 657 روپے میں بیچنے سے $9\frac{1}{2}$ فیصد نفع ہوتا ہے۔ بھیڑ کی قیمتِ خرید معلوم کیجیے۔

5.13 زکوٰۃ :

زکوٰۃ عربی زبان کا لفظ ہے جس کے لغوی معنی طہارت اور پاک وصاف ہونا ہیں۔ اِس سے مُراد اس مالی امداد کو کہتے ہیں جو ہر مُسلمان پر واجب ہے جو دولت کی ایک مخصوص مقدار کا مالک ہو۔ نماز کے بعد اسلام کا سب سے بڑا رُکن زکوٰۃ ہے۔ اللہ تعالےٰ کا حُکم ہے کہ نماز قائم کرو، زکوٰۃ دو اور رکوع کرنے والوں کے ساتھ رکوع کرو۔ زکوٰۃ سے غریب مسلمانوں کی معاشی ضروریات پوری کی جاتی ہیں۔ چنانچہ ہر دولت مند مسلمان ہر سال اپنے مال و دولت کا چالیسواں حصہ یعنی $2\frac{1}{2}$ فیصد اپنے غریب

مسلمان بھائیوں میں تقسیم کرتا ہے یا بیت المال میں جمع کرواتا ہے۔ بشرطیکہ اس کے پاس کم از کم 6 ہیکٹو گرام چاندی یا 8.7 ڈیکا گرام سونا یا اس کی مالیت کے برابر کی رقم پر ایک سال گزر جائے۔ 6 ہیکٹو گرام چاندی یا 8.7 ڈیکا گرام سونا کی مالیت کو نصاب اور ایسے شخص کو جس پر زکوٰۃ واجب ہو صاحبِ نصاب کہتے ہیں۔

حکومتِ پاکستان نے ایک حکم کے ذریعے 1980ء میں زکوٰۃ فنڈ قائم کیا۔ ہمیں زکوٰۃ کی رقم اس فنڈ میں جمع کروانی چاہیے۔ حکومت اس فنڈ سے نادار اور ضرورت مند لوگوں کی مدد کرتی ہے اور غریب طلبا کی مدد بھی اسی فنڈ سے کی جا رہی ہے۔

مثال 1 : ایک شخص کے پاس 20000 روپے کی رقم ایک سال تک رہی۔ بتائیے وہ شخص کتنے روپے زکوٰۃ ادا کرے گا۔

حل : رقم جس پر زکوٰۃ واجب ہے = 20000 روپے

زکوٰۃ دولت کا $\frac{1}{40}$ حصہ ہوتی ہے۔

زکوٰۃ کی رقم = $20000 \times \frac{1}{40}$

= 500 روپے

مثال 2 : ایک عورت کے پاس 10000 روپے نقد، 80 گرام سونا اور 300 گرام چاندی سال بھر رہی۔ اگر سونے کی قیمت 190 روپے فی گرام اور چاندی کی قیمت 3 روپے فی گرام ہو تو بتائیے سال کے بعد وہ عورت کتنی زکوٰۃ ادا کرے گی ؟

حل : نقد رقم = 10000 روپے

ایک گرام سونے کی قیمت = 190 روپے

80 گرام سونے کی قیمت = 80×190

= 15200 روپے

ایک گرام چاندی کی قیمت = 3 روپے

300 گرام چاندی کی قیمت = 300×3

= 900 روپے

کُل مالیت = $900 + 15200 + 10000$

= 26100 روپے

$$\text{زکوٰۃ کی رقم} = 26100 \times \frac{1}{40}$$
$$= 652.50 \text{ روپے}$$

مشق 5.9

1 - اشرف صاحبِ نصاب ہے اور اسے 5000 روپے پر زکوٰۃ ادا کرنا ہے۔ بتائیے وہ کتنی رقم بطورِ زکوٰۃ ادا کرے گا۔

2 - ایک عورت کے پاس 1200 گرام چاندی سال بھر رہی۔ 1200 گرام چاندی پر زکوٰۃ واجب ہے اگر چاندی کا بھاؤ 3.50 روپے فی گرام ہو تو زکوٰۃ کی رقم معلوم کیجیے۔

3 - 10.3 ہیکٹوگرام چاندی پر کتنی زکوٰۃ واجب ہے جبکہ چاندی کا بھاؤ 3.20 روپے فی گرام ہو۔

4 - نوید کے پاس 8 ڈیکاگرام سونا اور 5 ہیکٹوگرام چاندی کے زیورات سال بھر رہے۔ زکوٰۃ کی رقم معلوم کیجیے جبکہ سونے کا بھاؤ 200 روپے فی گرام اور چاندی کا بھاؤ 3 روپے فی گرام ہے۔

5 - عشرت کے پاس 20000 روپے نقد، 10 ڈیکاگرام سونا اور 20 ڈیکاگرام چاندی ہے۔ اگر سونے کا بھاؤ 200 روپے فی گرام اور چاندی کا بھاؤ 3.50 روپے فی گرام ہو تو سال بھر گزرنے پر اس مال پر کتنی زکوٰۃ واجب ہوگی۔

6 - ایک شخص کی 30000 روپے کی رقم سال بھر بنک میں رہی۔ اگر اس کے پاس 30 ڈیکاگرام سونا اور 500 گرام چاندی کے زیورات بھی سال بھر رہے ہوں تو زکوٰۃ کی رقم معلوم کیجیے جبکہ سونے کا بھاؤ 210 روپے فی گرام اور چاندی کا بھاؤ 4 روپے فی گرام ہو۔

7 - فائقہ نے ایک سال 4000 روپے زکوٰۃ ادا کی۔ بتائیے اس نے یہ زکوٰۃ کتنی رقم پر ادا کی۔

8 - گلشن نے اپنے زیورات پر 500 روپے زکوٰۃ ادا کی۔ بتائیے گلشن کے پاس کتنی مالیت کے زیورات تھے۔

9 - زکوٰۃ ادا کرنے کے بعد جمیلہ کے پاس 7215 روپے کی رقم باقی رہ جاتی ہے۔ بتائیے اس کے پاس قابلِ زکوٰۃ کتنی رقم تھی۔

10 - ایک عورت نے اپنے زیورات پر 7000 روپے زکوٰۃ ادا کی بتائیے اس نے کتنی مالیت کے زیورات پر زکوٰۃ ادا کی۔

باب 6

الجبرا

6.1 تعارف

کہا جاتا ہے کہ ریاضی کے اس اہم موضوع الجبرا کی تاریخ مصریوں تک پہنچتی ہے اور ان کے بعد یُونانیوں نے بھی ریاضی کی اس شاخ کے لیے کچھ کام کیا۔ اس ضمن میں اقلیدس کا نام بھی لیا جاتا ہے کہ اس نے دراصل علم ہندسہ کے مسائل کو حل کرنے کے لیے الجبرے کا استعمال کیا لیکن اس کا انحصار اشکال پر تھا۔ علامات جو کہ ہم موجودہ شکل میں دیکھتے ہیں ان کا استعمال نہ کیا جاتا تھا۔اسی طرح ڈایوفینٹس کا نام بھی لیا جاتا ہے کہ اس نے بھی اِس سلسلے میں کچھ کام کیا۔ یہ بھی کہا جاتا ہے کہ ایک انڈین جس کا نام آریہ بھاٹا تھا اور جو 476 عیسوی میں پیدا ہُوا۔ اس نے بھی ریاضی کے میدان میں جو کام کیا اس کا کچھ حصّہ الجبرے سے متعلق تھا۔

ریاضی کی اس شاخ کی باقاعدہ ابتدا کا سہرا ایک مُسلم ریاضی دان کے سر ہے جس کا نام محمّد بن موسیٰ الخوارزمی تھا۔ " الجبرا" کا لفظ بذاتِ خُود اِس بات کی بُہت بڑی دلیل ہے۔ اِسی طرح جدید الجبرا کا بانی ہونے کا سہرا بھی ایک مسلمان ریاضی دان عُمر خیام کے سر ہے اور یہ بات اب پوری طرح تسلیم کی جاتی ہے کہ اس مضمون کو ایک الگ حیثیت دینے کا کام مسلمانوں نے سَرانجام دیا۔

الجبرے کو محض علامات کا استعمال نہیں سمجھنا چاہیے بلکہ ہمیں یہ بات معلوم ہونا چاہیے کہ ریاضی کی اس شاخ کی ابتداء باقاعدہ عملی طور پر پیش آنے ، مسائل کے اظہار اور ان کے حل تک پہنچنے کے نتیجے میں ہوئی۔ مختلف کلیات ، مساواتوں اور مختلف عوامل کے آپس کے تعلق کا اظہار الجبرے ہی کی زبان میں کیا جاتا ہے۔ آگے چل کر ہم پڑھیں گے کہ کس طرح الجبرا ہر جگہ ہماری مدد کرتا ہے۔ فزکس، کیمسٹری ، شماریات ، بیالوجی ، معاشیات غرضیکہ ہر شعبہ میں الجبرے کا استعمال ہوتا ہے۔

جماعت ششم میں ہم پڑھ چکے ہیں کہ الجبرے میں عددی علامتوں کے علاوہ اعداد کے لیے حُروف a, b, c, d, وغیرہ بھی استعمال کرتے ہیں اور یہ کہ حساب الجبرے کی ایک خاص شکل ہے

یا الجبرا حساب کی ایک عمومی شکل ہے، کیونکہ الجبرے میں عام کلیات کے اظہار کے لیے حرُوف اور دیگر علامتیں استعمال کی جاتی ہیں۔ ہم یہ بھی جانتے ہیں کہ
الجبری جملوں میں حسابی جملے
$(7 ‘ 8 + 5 ‘ 8 - 9 + 2 \div 6 ‘ 8 + 3 \times 2)$ وغیرہ۔ اور ایسے مجموعے ، فرق ، حاصل ضرب اور حاصل تقسیم شامل ہیں جن میں متغیر (x , y , z) وغیرہ استعمال ہو رہے ہیں۔ جیسے

$$ab + bc, \quad 3y - 4 \quad \frac{x - 7}{y}$$

مندرجہ ذیل الجبری جملوں کی مثالیں ہیں۔

$$9 + 16, \quad 8 \div 2, \quad 5 \times 7, \quad 8 \div 2 - 4 \times 3 \times 6 \;,$$

$$x + 2y \;, \quad \frac{3z + t}{5}$$

6.2 جُملے کی رقوم اور عددی سر : (اعادہ)

الجبری جُملے
$a + 3b + 5c - 2d$ میں
$a, + 3b, + 5c, - 2d$ دیے گئے جملے کی رقمیں ہیں جن کی تعداد چار ہے۔
اسی طرح
$6a^2 - 2b^2 + 5ab + 3bc - d$ میں
$6a^2, - 2b^2, + 5ab, + 3bc, - d$
الجبری جملے کی رقمیں ہیں اور ان کی تعداد پانچ ہے
$6a^2$ میں a^2 کا عددی سر 6 ہے۔
$- 2b^2$ میں b^2 کا عددی سر $2 -$ ہے۔
$5ab$ میں ab کا عددی سر 5 ہے۔
$3bc$ میں bc کا عددی سر 3 ہے۔
$- d$ میں d کا عددی سر $1 -$ ہے۔

مزید $\frac{2a}{b} + 5c - 3d^2$

میں $\frac{2a}{b}, 5c, -3d^2$

الجبری جملے کی رقوم ہیں جن کی تعداد تین ہے

ہم قسم رقوم :

$9xy^3$ میں دو قسم کے اجزائے ضربی ہیں

9 اور xy^3

9 کو اس رقم کا مستقل جزو ضربی اور xy^3 کو متغیراتی جزو ضربی کہتے ہیں۔

اسی طرح $-12xyz^2$

میں بھی دو قسم کے اجزائے ضربی ہیں جو کہ -12 اور xyz^2 ہیں۔ -12 کو مستقل جزو ضربی اور xyz^2 کو متغیراتی جزو ضربی کہتے ہیں۔

اگر دو رقوم کے متغیراتی جزو ضربی ایک ہی ہوں تو انھیں ہم قسم رقوم کہتے ہیں۔

مثلاً

$5xy$ اور $-8xy$ دونوں میں متغیراتی جزو ضربی "xy" ہے۔ اِس لیے یہ ہم قسم رقوم ہیں۔ مگر $-9xy$ اور $12x^2y^2$ ہم قسم رقوم نہیں ہیں۔ کیونکہ دونوں کے متغیراتی جزو ضربی مختلف ہیں۔ پہلی رقم میں متغیراتی جزو ضربی "xy" ہے جبکہ دُوسری رقم میں متغیراتی جزو ضربی "x^2y^2" ہے۔

نوٹ : "ہم قسم رقوم کے لیے ضروری نہیں کہ ان کے مستقل اجزائے ضربی ایک ہی ہوں۔"

6.3 الجبری جُملے :

مثال 1 : الجبری جُملے $3xy^2 - 5x + 3 + 4x - 6xy^2 + 8$ میں ہم قسم رقوم بتائیے۔

حل : $3xy^2 - 5x + 3 + 4x - 6xy^2 + 8$ میں چھے رقوم ہیں۔ ان میں

(i) $3xy^2$ اور $-6xy^2$ ہم قسم رقوم ہیں کیونکہ ان کے متغیراتی اجزائے ضربی (xy^2) ایک جیسے ہیں۔

(ii) $-5x$ اور $4x$ ہم قسم رقوم ہیں۔

(iii) 3 اور 8 ہم قسم رقوم ہیں۔

مثال 2 : $ab^2 + 3bc + 4 + 8bc - 9ab^2$

میں ہم قسم رقوم بتائیے۔

حل : $ab^2 + 3bc + 4 + 8bc - 9ab^2$

میں پانچ رقوم ہیں۔

(i) ab^2 اور $9ab^2$ - ہم قسم رقوم ہیں۔

(ii) $3bc$ + اور $8bc$ + ہم قسم رقوم ہیں۔

(iii) 4 جیسی کوئی اور رقم اس جملے میں موجود نہیں ہے۔

مثال 3 : $a^2 + b^2 + ab$

میں ہم قسم رقوم بتائیے۔

حل : $a^2 + b^2 + ab$ میں تین رقوم ہیں اور یہ تینوں رقوم مختلف قسم کی ہیں۔

مشق 6.1

عددی سر لکھیے۔

1- $6x$ 2- $25y$ 3- $-8z$ 4- $15xy^2$

5- $-32z^3$ 6- $9xyz$ 7- $-a$ 8- $3x + 5y - 6z$

9- $-\frac{5x}{3} + 15xy^2 - 5y^2z + 8$ 10- $15xyz^2t + 5y$

11- $3x^2 + \frac{5z}{8}$ 12- $-ax^2 + bx$ 13- $5xy^2z + 2x^2yz - 7xyz^2$

ہم قسم رقوم بتائیے۔

14- $3y^2 + 5y^3 - 7y + 4 + 7y - 2y^2$ 15- $4b^2 + 3b - 3 - 7b^2 + 5b$

16- $2y^2 + 8x^2 - 2y^2 + 8z^2 - 6z$ 17- $3t + 4v + 5u - 7v$

6.4 الجبری جملوں کا اختصار :

مثال : مختصر کیجیے۔

$a + 3b + 2a + 4b$

حل :
$a + 3b + 2a + 4b$

(ہم قسم رقوم کو ایک ساتھ لکھنے سے)

$= a + 2a + 3b + 4b$

(عددی سروں کو نمایاں کرنے سے)

$= 1 \times a + 2 \times a + 3 \times b + 4 \times b$

(ہم قسم رقوم کے عددی سروں کو جمع کرنے سے)

$= (1 + 2) \times a + (3 + 4) \times b$

$= 3a + 7b$

مثال 2 : مختصر کیجیے۔

$3c + 2d + 5d + c$

حل :

$3c + 2d + 5d + c$

$= 3c + c + 2d + 5d$

$= (3 + 1) c + (2 + 5) d$

$= 4c + 7d$

مثال 3 : مختصر کیجیے۔

$3a^2 + 5bc + 7b^2 + 3bc + 8a^2 + 2b^2$

حل :

$3a^2 + 5bc + 7b^2 + 3bc + 8a^2 + 2b^2$

$= + 3a^2 + 8a^2 + 5bc + 3bc + 7b^2 + 2b^2$

ہم قسم رقوم کو یکجا کرنے سے

$= (3 + 8) a^2 + (5 + 3) bc + (7 + 2) b^2$

$= 11a^2 + 8bc + 9b^2$

مثال 4 : مختصر کیجیے۔

$5c^2 + 7d^2 + 3cd + 2bc + 3c^2 + 5d^2$

حل :

$5c^2 + 7d^2 + 3cd + 2bc + 3c^2 + 5d^2$

$= 5c^2 + 3c^2 + 7d^2 + 5d^2 + 3cd + 2bc$

$= (5 + 3)\, c^2 + (7 + 5)\, d^2 + 3cd + 2bc$

$= 8c^2 + 12d^2 + 3cd + 2bc$

مشق 6.2

مختصر کیجیے۔

1- $7a + 5b + 12a + 4b$

2- $2a + 3b + 5a + 7b$

3- $3a + b + 7a + 6b$

4- $9b^2 + 2c^2 + b^2 + 8c^2$

5- $a + b + c + 2a + 3b + c$

6- $12a + 3b + 6c + 8a + 5b$

7- $3b^2 + 5c^2 + 2bc + 3c^2$

8- $2ab + 3bc + 4cd + 5ab + 8bc$

9- $15a^2 + 13b^2 + 2ab + 12a^2 + 10b^2 + 8ab$

10- $7a + 3b + 5c + 6a + 3b + 2c + 3d$

11- $2a + 6b + 4a + 2b + 7a + 3b$

12- $a + 2b + 3c + 4d + 2a + 5b + 6c + 7d$

6.5 الجبری جملوں کی جمع :

مثال 1 : $(2a + 5b)$ میں $(3a + 2b)$ جمع کیجیے۔

حل : $(2a + 5b)$ میں $(3a + 2b)$ جمع کرنے سے مندرجہ ذیل جملہ حاصل ہوگا۔

$(3a + 2b) + (2a + 5b)$

ہم جملوں کو مختصر کرنے کا طریقہ سیکھ چکے ہیں لہٰذا اسی طریقہ سے اس جملہ کو مختصر کریں گے۔
پس

$(3a + 2b) + (2a + 5b)$

$= 3a + 2b + 2a + 5b$

$= 3a + 2a + 2b + 5b$

$= (3 + 2)\, a + (2 + 5)\, b = 5a + 7b$

مختصر طریقہ :

دیے ہُوئے جملوں کو اِس طرح اُوپر نیچے لکھتے ہیں کہ ہم قسم رقوم اُوپر نیچے آ جائیں اور پھر ان رقوم کو جمع کرنے سے دِیے ہُوئے جملوں کا حاصل جمع آ جاتا ہے۔

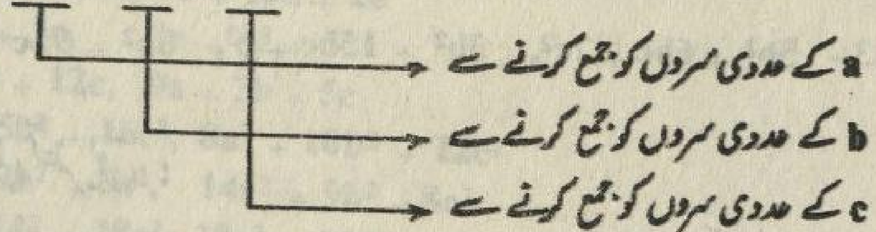
$$\begin{array}{r} 3a + 2b \\ 2a + 5b \\ \hline 5a + 7b \end{array}$$

مثال 2 : جمع کیجیے۔

$3a + 4b + 5c, \quad 6a + 7b + 8c, \quad 7a + 8b + 9c$

حل :

$$\begin{array}{r} 3a + 4b + 5c \\ 6a + 7b + 8c \\ 7a + 8b + 9c \\ \hline 16a + 19b + 22c \end{array}$$



مثال 3 : جمع کیجیے۔

$5a^2 + 3b^2 + 5c^2, \quad 3a^2 + 5b^2 + 3c^2, \quad 5a^2 + 5b^2 + 5c^2$

حل :

$$\begin{array}{r} 5a^2 + 3b^2 + 5c^2 \\ 3a^2 + 5b^2 + 3c^2 \\ 5a^2 + 5b^2 + 5c^2 \\ \hline 13a^2 + 13b^2 + 13c^2 \end{array}$$

مشق 6.3

حاصل جمع معلوم کیجیے۔

1- $2a + 3b + 4c, \; 3a + 4b + 5c, \; 4a + 5b + 6c$

2- $4a + 6b + 4c,\ 8a + 5b + 5c,\ 7a + 7b + 8c$

3- $5a + 3b + 2c,\ 7a + 6b + 4c,\ 3a + 2b + 4c$

4- $9d + 3e + 5f,\ 6d + 5f + 5e,\ 3d + 5e + 7f$

5- $4.5a + 5.7b + 3.2c,\ 5.2a + 2.1b + 3c,$
$9.2a + 3.7b + 8.2c$

6- $5.7a + 3.2b + 4.9c,\ 4.2a + 3b + 2.9c,$
$6.5a + 7.3b + 2.7c$

7-
$$\begin{array}{r} 5a + 7b + 9c \\ 7a + 9b + 11c \\ 9a + 11b + 13c \\ \hline \end{array}$$

8-
$$\begin{array}{r} 5a + 8b + 8c \\ 6a + 9b + 4c \\ 8a + 5b + 13c \\ \hline \end{array}$$

9-
$$\begin{array}{r} 12a + 3c + 5e \\ 8a + 6c + 6e \\ 5a + 4c + 7e \\ \hline \end{array}$$

10-
$$\begin{array}{r} 2b + 3c + 7d \\ 8b + 10c + 9d \\ 6b + 7c + 6d \\ \hline \end{array}$$

11- $2a^2 + 3b^2 + 4c^2,\ 6a^2 + 8b^2 + 4c^2,\ 3a^2 + 2b^2 + 3c^2$

13- $5b^2 + 6bc + 7c^2,\ 3b^2 + 15bc + c^2,\ 8b^2 + 9bc + 5c^2$

6.6 الجبری جملوں کی تفریق :

مثال 1 : $(5a + 7b + 9c)$ میں سے $(3a + 5b + 7c)$ کو تفریق کیجیے۔

حل :

$$\begin{array}{r} 5a + 7b + 9c \\ \pm 3a \pm 5b \pm 7c \\ \hline 2a + 2b + 2c \end{array}$$

جس جملے کو تفریق کرنا ہے اس کی ہر رقم کی علامت تبدیل کر دیتے ہیں۔ یہاں پر ہر رقم کی علامت جمع ہے۔ اب تبدیل ہو کر منفی ہو جائے گی۔

مثال 2 : $4a + 6b + 8c$ میں سے $2a + 3b + 4c$ کو تفریق کیجیے۔

حل :

$$\begin{array}{r} 4a + 6b + 8c \\ \pm 2a \pm 3b \pm 4c \\ \hline 2a + 3b + 4c \end{array}$$

نیچے کے جملے کی ہر رقم کی علامت بدلنے سے۔ مثبت علامت منفی اور منفی مثبت میں بدل جائے گی۔

مثال 3 : $5c^2 + 4d^2 + 6e^2$ میں سے $2c^2 + 3d^2 + 4e^2$ کو تفریق کیجیے۔

حل :

$$\begin{array}{r} 5c^2 + 4d^2 + 6e^2 \\ \underline{\pm 2c^2 \pm 3d^2 \pm 4e^2} \\ 3c^2 + d^2 + 2e^2 \end{array}$$

مشق 6.4

پہلے جملے میں سے دُوسرا جملہ تفریق کیجیے۔ (بائیں سے دائیں پڑھیے۔)

1 – $6a + 7b + 8c, \quad 2a + 3b + c$
2 – $9a + 11b + 15c, \quad 5a + 3b + 9c$
3 – $13a + 10b + 7c, \quad 8a + 7b + 3c$
4 – $23b + 29c + 31d, \quad 17b + 19c + 23d$
5 – $9b + 8c + 6d, \quad 3b + 5c + 4d$
6 – $12c + 18d + 10e, \quad 7c + 12d + 2e$
7 – $7c + 5d + 3e, \quad 2c + 3d + 3e$
8 – $13a + 8b + 12c, \quad 9a + 3b + 5c$
9 – $14a^2 + 15b^2 + 16c^2, \quad 8a^2 + 10b^2 + 12c^2$
10 – $16a^2 + 13b^2 + 9c^2, \quad 14a^2 + 9b^2 + 8c^2$
11 – $25c^2 + 21d^2 + 18e^2, \quad 18c^2 + 16d^2 + 15e^2$
12 – $38ab + 14bc + 32cd, \quad 18ab + 8bc + 28cd$

6.7 یک رقمی الجبری جملوں کی ضرب :

اعداد کو ضرب دینے کا طریقہ ہم جانتے ہیں۔ مثلاً

$$4 \times 7 = 28, \quad 8 \times 9 = 72$$

اب اگر 5a کو 3a سے ضرب دینا ہو تو جہاں ہم 5 کو 3 سے ضرب دیں گے وہاں ہم a کو a سے بھی ضرب دیں گے۔ اس لیے پہلے ہمیں یہ معلوم ہونا چاہیے کہ a, b, c, d وغیرہ جب اعداد کو ظاہر کر رہے ہوں تو انھیں کیسے ضرب دی جاتی ہے۔

(i) $a \times a = a^2$

(a کو 2 مرتبہ لے کر باہم ضرب دی گئی ہے۔
وہی "2" a کے اُوپر لکھ دیا گیا ہے۔)

(ii) $a \times a \times a = a^3$ (a کو 3 مرتبہ لے کر باہم ضرب دی گئی ہے اور وہی "3" a کے اُوپر لکھ دیا گیا ہے)

اس طرح

(iii) $a \times a \times a \times a = a^4$

اور

(iv) $b \times b \times b \times b \times b = b^5$

a^3 میں 'a' کو اساس اور '3' کو قوت نما کہیں گے۔

(ii) b^5 میں

اساس = b ، قوت نما = 5

(iii) c^8 میں

اساس = c ، قوت نما = 8

مثال 1 : $5a \times 3a$ کو حل کیجیے۔

حل :

$5a \times 3a$

$= 5 \times 3 \times a \times a$

$= 15a^2$

[$a = a^1$ لکھ سکتے ہیں]

مثال 2 : $6b^3 \times 7b^5$ کو حل کیجیے۔

حل :

$6b^3 \times 7b^5$

$= 6 \times 7 \times b^3 \times b^5$

$= 42 \times \underbrace{(b \times b \times b)}_{b^3} \times \underbrace{(b \times b \times b \times b \times b)}_{b^5}$

$= 42b^8$ (b کو 8 مرتبہ لے کر باہم ضرب دی گئی ہے)

مثال 3 : $8c^4 \times 9c^5$ کو حل کیجیے۔

حل :

$8c^4 \times 9c^5$

$= 8 \times 9 \times c^4 \times c^5$

$= 72 \times (c \times c \times c \times c) \times (c \times c \times c \times c \times c)$

$= 72c^9$

تینوں مثالوں کے نتائج ایک جگہ لکھنے سے۔

$5a \times 3a = 15a^2$ $\quad$ $a^1 \times a^1 = a^{1+1} = a^2$

$6b^3 \times 7b^5 = 42b^8$ $\quad$ $b^3 \times b^5 = b^{3+5} = b^8$

$8c^4 \times 9c^5 = 72c^9$ $\quad$ $c^4 \times c^5 = c^{4+5} = c^9$

اس سے ہم یہ نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں کہ اگر دو یک رقمی جملوں کی اساس ایک ہی ہو تو یک رقمی جملوں کو ضرب دیتے وقت قوت نما جمع ہو جاتے ہیں۔

یعنی $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

مثال 4 : $8a^7 \times 2a^6$ کو حل کیجیے۔

حل :

$8a^7 \times 2a^6$

$= 8 \times 2 \times a^7 \times a^6$

$= 16a^{6+7} = 16a^{13}$

مثال 5 : $8a^4$ کو $9b^3$ سے ضرب دیجیے۔

حل :

$8a^4 \times 9b^3$

$= 8 \times 9a^4 \times b^3$

$= 72a^4b^3$

(a^4 اور b^3 میں چونکہ اساس مختلف ہیں اس لیے قوت نما جمع نہیں ہو سکتے)

مشق 6.5

دیے ہوئے جملوں کا حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

1- $5a, 12a$
2- $15b, 8b$
3- $6c, 9d$
4- $13a^2, 2a^8$
5- $4b^6, 4b^{10}$
6- $10d^2, 5d^7$
7- $3c^7, 8d^2$
8- $13e^2, 4e^6$
9- $15bc, 8b^2c^3$
10- $4a^2b, 9ab^2$
11- $11cde, 3c^2d^3e^4$
12- $2a^2bc, 4ab$

6.8 الجبری جملوں کی ضرب جب جملوں میں ایک سے زیادہ رقوم ہوں :

مثال 1 : $2a + 3b$ کو 6 سے ضرب دیجیے۔

حل

$$\begin{array}{r} 2a + 3b \\ \times 6 \\ \hline 12a + 18b \end{array}$$

$(6 \times 2a) \longleftarrow 12a + 18b \longrightarrow (6 \times 3b)$

جملے کی ہر رقم کو الگ الگ 6 سے ضرب دی۔

مثال 2 : $3c + 5d$ کو $4c + 2d$ سے ضرب دیجیے۔

حل

$$\begin{array}{r} 3c + 5d \\ \times (4c + 2d) \\ \hline 12c^2 + 20cd \\ 6cd + 10d^2 \\ \hline 12c^2 + 26cd + 10d^2 \end{array}$$

(i) $12c^2 + 20cd$ (پہلے اوپر والے جملے کی ہر رقم کو 4c سے ضرب دینے سے۔)

(ii) $6cd + 10d^2$ (اوپر کے جملے کی ہر رقم کو 2d سے ضرب دینے سے اور ہر قسم رقوم اُوپر نیچے لکھنے سے)

حاصل ضرب کے طور پر آنے والے جملہ (i) اور (ii) کو جمع کیا۔

مثال 3 : $6a + 8b + 12c$ کو $2a^2 + 3b^2$ سے ضرب دیجیے۔

حل :

$$\begin{array}{l} 6a + 8b + 12c \\ \times 2a^2 + 3b^2 \\ \hline (12a^3 + 16a^2b + 24a^2c) + (18ab^2 + 24b^3 + 36b^2c) \end{array}$$

حاصل ضرب :

$$12a^3 + 16a^2b + 24a^2c + 18ab^2 + 24b^3 + 36b^2c$$

مشق 6.6

دیے ہوئے جملوں کا حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

1- $4a + 2b, 8$

2- $3b + 5c, 12$

3- $4a + 2b, 2a + 4b$
4- $7a + 8b + 9c, 8$
5- $11c + 15d + 20e, 6$
6- $8c + 12d + 16e, 3c + 2d$
7- $5b^2 + 9c^4 + 13d^6, 2b^2 + 6d^4$
8- $2a^2 + 4b^2 + 6c^8, 6a^4 + 4b^3$
9- $a + b + c, a + b + c$
10- $a^3 + a^2b + ab^2 + b^3, a + b$
11- $9c + 13d + 17e, b + k$
12- $a + b + c, d + e + f$
13- $a^2 + ab + b^2, a + b$

6.9 یک رقمی جملوں کی تقسیم :

مثال 1 : a^5 کو a^3 پر تقسیم کیجیے جبکہ $a \neq 0$

حل :

$$a^5 \div a^3$$

$$= \frac{a^5}{a^3} = \frac{a \times a \times a \times a \times a}{a \times a \times a} = a \times a$$

$$= a^2$$

مثال 2 : a^7 کو a^4 پر تقسیم کیجیے جبکہ $a \neq 0$

حل :

$$a^7 \div a^4$$

$$= \frac{a^7}{a^4}$$

$$= \frac{a^1 \times a^1 \times a^1 \times a^1 \times a \times a \times a}{a_1 \times a_1 \times a_1 \times a_1}$$

$$= a \times a \times a = a^3$$

مثال 3 : b^8 کو b^4 پر تقسیم کیجیے جبکہ $b \neq 0$

حل :

$$b^8 \div b^4$$

$$= \frac{b^8}{b^4}$$

$$= \frac{b^1 \times b^1 \times b^1 \times b^1 \times b \times b \times b \times b}{b_1 \times b_1 \times b_1 \times b_1}$$

$$= b \times b \times b \times b = b^4$$

تینوں مثالوں کو سامنے رکھتے ہُوئے :

مقسوم کے قوت نما 5 میں سے مقسوم علیہ کا قوت نما 3 تفریق ہو جاتا ہے۔

اسی طرح باقی دو مثالوں کے لیے بھی یہ بات درست ہے۔

1 $a^5 \div a^3 = a^{5-3} = a^2$

2 $a^7 \div a^4 = a^{7-4} = a^3$

3 $b^8 \div b^4 = b^{8-4} = b^4$

اس کا مطلب یہ ہُوا کہ اگر اساس ایک ہی ہو تو تقسیم کرتے وقت مقسوم کے قوت نما میں سے مقسوم علیہ کا قوت نما تفریق ہو جاتا ہے اور اس طرح ہمیں حاصل تقسیم ملتا ہے۔

یعنی

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

مثال 4 : b^9 کو b^5 پر تقسیم کیجیے جبکہ $b \neq 0$

حل :

$b^9 \div b^5$

$= b^{9-5}$

$= b^4$

مثال 5 : a^6c^5 کو ac^3 پر تقسیم کیجیے جبکہ $a \neq 0$ ، $c \neq 0$

حل :

$a^6c^5 \div ac^3$

$= \frac{a^6c^5}{ac^3}$

$= a^{6-1}c^{5-3} = a^5c^2$

مثال 6 : $8a^5$ کو $4a^2$ پر تقسیم کیجیے جبکہ $a \neq 0$

حل :

$8a^5 \div 4a^2$

$= \frac{8a^5}{4a^2}$

$= \frac{8}{4} \times \frac{a^5}{a^2}$

$= 2a^{5-2} = 2a^3$

مثال 7 : $18a^4b^6c^8$ کو $6abc^2$ پر تقسیم کیجیے جبکہ

$a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$

حل :

$$18a^4b^6c^8 \div 6abc^2$$

$$= \frac{18a^4b^6c^8}{6abc^2} = \frac{18}{6} \times \frac{a^4}{a} \times \frac{b^6}{b} \times \frac{c^8}{c^2}$$

$$= 3a^{4-1} \times b^{6-1} \times c^{8-2}$$

$$= 3a^3b^5c^6$$

یا مختصراً

$$\frac{18a^4b^6c^8}{6abc^2}$$

$$= 3a^{4-1}\ b^{6-1}\ c^{8-2}$$

$$= 3a^3b^5c^6$$

مشق 6.7

حل کیجیے۔

1- $a^3 \div a^2$

2- $a^6 \div a^3$

3- $b^{12} \div b^7$

4- $c^{15} \div c^6$

5- $d^{13} \div d^4$

6- $a^{18} \div a^{10}$

7- $b^4c^9 \div b^2c^4$

8- $b^5c^{10} \div b^3c^6$

9- $c^{13}d^{12} \div c^6d^8$

10- $12a^9 \div 3a^3$

11- $25b^{14} \div 5b^6$

12- $35c^{17} \div 5c^{12}$

13- $48b^6c^8 \div 6b^3c$

14- $54c^{12}d^4 \div 9c^8d^3$

6.10 ایک سے زیادہ رقوم والے جملوں کی یک رقمی جملوں سے تقسیم :

مثال 1 :

پہلا طریقہ : ضرب کے طریقہ میں ہم پڑھ آئے ہیں کہ الجبری جملوں کو آپس میں کیسے ضرب دیتے ہیں۔

مثلاً

$$\begin{array}{r} 2a + 3b \\ \times\ 4a \\ \hline 8a^2 + 12ab \end{array}$$

(پہلے جملے کی ہر رقم کو $4a$ سے ضرب دینے سے)

جب $8a^2 + 12ab$ کو $4a$ پر تقسیم کریں گے تو

$2a + 3b$ حاصل ہونا چاہیے۔

اگر $2 \times 4 = 8$

تو $8 \div 4 = 2$

اب $8a^2 + 12ab$ کو $4a$ سے تقسیم کرنے سے

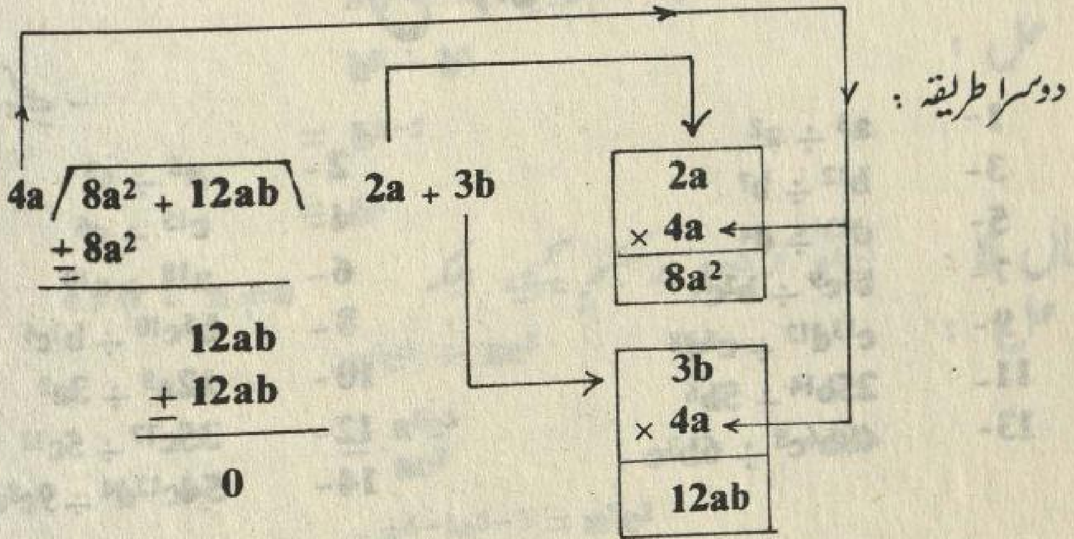
$$(8a^2 + 12ab) \div 4a$$

$$= \frac{8a^2 + 12ab}{4a}$$

$$= \frac{8a^2}{4a} + \frac{12ab}{4a}$$ (ہر رقم کو $4a$ پر تقسیم کرنے سے)

$$= 2a + 3b$$

دوسرا طریقہ :



مثال 2 : $24a^6 + 30a^8$ کو $6a^3$ پر تقسیم کیجیے۔

$$(24a^6 + 30a^8) \div 6a^3$$

$$= \frac{24a^6 + 30a^8}{6a^3}$$

$$= \frac{24a^6}{6a^3} + \frac{30a^8}{6a^3}$$

$$= 4a^{6-3} + 5a^{8-3}$$

$$= 4a^3 + 5a^5$$

یا

$$6a^3 \overline{\big)\, 24a^6 + 30a^8 \,\big(}\; 4a^3 + 5a^5$$

$\underline{\pm 24a^6}$

$30a^8$

$\underline{\pm 30a^8}$

0

$4a^3$
$\times\ 6a^3$
$24a^6$

$5a^5$
$\times\ 6a^3$
$30a^8$

مثال 3 : $49a^8c^9 + 21a^4c^6 + 35a^7c^5$ کو $7a^2c^2$ سے تقسیم کریں۔

حل

$$7a^6c^7 + 3a^2c^4 + 5a^5c^3$$

$$7a^2c^2 \overline{\big)\, 49a^8c^9 + 21a^4c^6 + 35a^7c^5 \,\big(}$$

$\underline{\pm 49a^8c^9}$

$21a^4c^6$

$\underline{\pm 21a^4c^6}$

$35a^7c^5$

$\underline{\pm 35a^7c^5}$

0

(i) 7 کو 7 سے ضرب دی جائے تو 49 حاصل ہوتا ہے۔

(ii) a^2 کو a^6 سے ضرب دی جائے تو a^8 حاصل ہوتا ہے۔

(iii) c^2 کو c^7 سے ضرب دی جائے تو c^9 حاصل ہوتا ہے۔

(iv) $7a^2c^2$ کو $7a^6c^7$ سے ضرب دی جائے تو $49a^8c^9$ حاصل ہوگا۔

یا $49a^8c^9$ کو $7a^2c^2$ سے تقسیم کریں تو $7a^6c^7$ حاصل ہوگا۔
باقی رقوم کے لیے بھی یہی طریقہ استعمال ہوگا۔

مشق 6.8

حل کیجیے۔

1- $(6a^4 + 9a^8) \div 3a^2$

2- $(10a^6 + 20a^{12}) \div 5a^4$

3- $(12a^2b^2 + 18a^5b^5) \div 6ab$

4- $(7a^3b^3 + 14a^5b^5 + 21a^7b^7) \div 7a^2b^2$

5- $(15a^7 + 10a^3 + 5a) \div 5a$
6- $(34b^6c^4 + 68b^7c^8 + 85b^5c^3) \div 17b^2c^2$
7- $(45c^3d^3 + 63c^5d^5 + 81c^8d^6) \div 9c^3d^3$
8- $(5d^4e^5 + 7d^5e^6 + 11d^6e^7) \div d^3e^2$

6.11 جملوں کی ترتیب صعودی اور نزولی :

صعود کے ایک معنی بڑھنا اور نزول کے ایک معنی کم ہونا کے ہیں۔

(i) جملہ $a^3 + a^2 + 2a$

a کے لحاظ سے ترتیب نزولی میں ہے۔ کیونکہ a کے قوت نما کم ہو رہے ہیں۔
اگر اسے ترتیب صعودی میں لکھیں تو اس کی ترتیب مندرجہ ذیل ہو گی۔

$$2a + a^2 + a^3$$

(ii) جملہ $a^3 + 2a^2b + 3ab^2$

a کے لحاظ سے ترتیب نزولی میں ہے کیونکہ a کے قوت نما کم ہو رہے ہیں۔
اور b کے لحاظ سے ترتیب صعودی میں ہے کیونکہ b کے قوت نما بڑھ رہے ہیں۔

(iii) اِسی طرح جملہ

$$5b^4c + 7b^2c^3 + bc^4$$

b کے لحاظ سے ترتیب نزولی میں اور c کے لحاظ سے ترتیب صعودی میں ہے۔

6.12 دو یا دو سے زیادہ رقوم والے جُملوں کی دو رقمی جُملوں سے تقسیم :

پہلے مقسوم اور مقسوم علیہ دونوں کو کسی ایک علامت کے لحاظ سے ترتیب نزولی یا ترتیب صعودی میں لکھیں گے اور پھر تقسیم کا عمل کریں گے۔

مثال 1 : $a^2 + 2ab + b^2$ کو $a + b$ سے تقسیم کیجیے۔

حل : دونوں جملے a کے لحاظ سے نزولی ترتیب میں ہیں۔

$$a + b \;\overline{)\; a^2 + 2ab + b^2 \;}\; a + b$$
$$\underline{-a^2 \pm ab}$$
$$ab + b^2 \qquad \text{II}$$
$$\underline{-ab \pm b^2}$$
$$0$$

پس خارج قسمت = $(a + b)$

عمل کی وضاحت :

(i) مقسوم کی پہلی رقم a^2 کو مقسوم علیہ کی پہلی رقم a سے تقسیم کریں تو a حاصل ہوگا۔ اسی a کو خارج قسمت میں لکھا۔

(ii) اب $(a + b)$ کو a (خارج قسمت) سے ضرب دی تو $a^2 + ab$ حاصل ہُوا۔ اسے مقسوم کے نیچے لکھا اور تفریق کیا۔

(iii) اس طرح جملہ $ab + b^2$ حاصل ہُوا۔

(iv) اب $ab + b^2$ کی پہلی رقم ab کو مقسوم علیہ کی پہلی رقم a سے تقسیم کیا تو b حاصل ہُوا۔ $(+ b)$ کو خارج قسمت میں لکھا۔

(v) مقسوم علیہ $(a + b)$ کو b (خارج قسمت) سے ضرب دی تو $ab + b^2$ حاصل ہُوا۔ اسے جملہ II میں سے تفریق کیا تو صفر باقی بچا۔

مثال 2: $8a^3 + 6a^2b + 3ab^2 + b^3$ کو $(2a + b)$ سے تقسیم کیجیے۔

حل : دونوں جملے a کے لحاظ سے ترتیب نزولی میں ہیں۔

$$4a^2 + ab + b^2$$
$$2a + b \;\overline{)\; 8a^3 + 6a^2b + 3ab^2 + b^3} \text{ ——— I}$$
$$\underline{-8a^3 \pm 4a^2b}$$
$$2a^2b + 3ab^2 + b^3 \text{ ——— II}$$
$$\underline{-2a^2b \pm ab^2}$$
$$2ab^2 + b^3 \text{ ——— III}$$
$$\underline{-2ab^2 \pm b^3}$$
$$0$$

خارج قسمت = $4a^2 + ab + b^2$

(i) مقسوم کی پہلی رقم $8a^3$ کو مقسوم علیہ کی پہلی رقم $2a$ سے تقسیم کیا تو $4a^2$ حاصل ہُوا۔

$$\frac{8a^3}{2a} = 4a^{3-1} = 4a^2$$

(ii) $4a^2$ کو خارج قسمت میں لکھ کر اسے $(2a + b)$ سے ضرب دی تو $8a^3 + 4a^2b$
حاصل ہُوا جسے مقسوم میں سے تفریق کیا تو جملہ

$$2a^2 b + 3ab^2 + b^3$$

حاصل ہُوا۔

(iii) اب اس کی پہلی رقم $2a^2b$ کو مقسوم علیہ کی پہلی رقم $2a$ سے تقسیم کیا۔

$$\frac{2a^2b}{2a} = ab$$

تو ab حاصل ہُوا۔

(iv) $(+ ab)$ کو خارج قسمت میں لکھ کر اسے $(2a + b)$ سے ضرب دی تو جملہ

$$(2a^2b + ab^2)$$

حاصل ہُوا۔ اسے جملہ II کے نیچے رکھ کر تفریق کیا تو جملہ

$$2ab^2 + b^3$$

باقی بچا۔

(v) $2ab^2 + b^3$ کی پہلی رقم $2ab^2$ کو مقسوم علیہ کی پہلی رقم $2a$ سے تقسیم کیا

$$\frac{2ab^2}{2a} = b^2$$

تو b^2 حاصل ہُوا $(+ b^2)$ کو خارج قسمت میں رکھ کر اسے $(2a + b)$ سے ضرب دی تو جملہ

$$2ab^2 + b^3$$

حاصل ہُوا۔ اسے جملہ III میں سے تفریق کیا تو صفر باقی بچا۔

مشق 6.9

حل کیجیے۔

1 – $(2a^2 + 7ab + 6b^2) \div (a + 2b)$
2 – $(10c^2 + 29cd + 21d^2) \div (2c + 3d)$
3 – $(8b^2 + 8bc + 2c^2) \div (2b + c)$
4 – $(8a^3b + 26a^2b^2 + 15ab^3) \div (2a + 5b)$

5- $(15b^4c^2 + 41b^3c^3 + 28b^2c^4) \div (3b + 4c)$

6- $(75c^5d^3 + 150c^4d^4 + 63c^3d^5) \div (5c + 7d)$

7- $(a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3) \div (a + b)$

8- $(c^3 + 4c^2d + 4cd^2 + 3d^3) \div (c + 3d)$

9- $(c^4 + c^3d + 2c^2d^2 + cd^3 + d^4) \div (c^2 + d^2)$

10- $(6b^6c^3 + 13b^5c^4 + 18b^4c^5 + 8b^3c^6) \div (3b^2c + 2bc^2)$

باب 7

مساوات

7.1 ایک متغیر میں یک درجی مساوات کا تصور :

جماعت ششم میں ہم الجبری فقروں کے بارے میں پڑھ چکے ہیں اور جانتے ہیں کہ بنیادی طور پر فقرے تین قسم کے ہوتے ہیں۔

1۔ ایسے فقرے جو دیے ہوئے تعلق کے لحاظ سے درست ہوں۔ درست فقرے کہلاتے ہیں مثلاً

$$12 - 7 = 16 - 11$$
$$70 + 7 > 30 + 5$$
$$30 < 55 - 2$$

(بائیں سے دائیں طرف پڑھیں)

درست فقروں کی مثالیں ہیں۔

2۔ ایسے فقرے جو دیے ہوئے تعلق کے لحاظ سے غلط ہوں غلط فقرے کہلاتے ہیں مثلاً

$$16 + 4 = 18 + 5$$
$$30 - 2 < 12$$
$$50 + 7 > 60 + 8$$

غلط فقروں کی مثالیں ہیں۔

3۔ کھلے فقرے ، ایسے الجبری فقرے جن کے صحیح یا غلط ہونے کے بارے میں اس وقت تک فیصلہ کرنا ممکن نہیں ہوتا جب تک کہ متغیر مقداروں کی قیمت معلوم نہ ہو کھلے فقرے کہلاتے ہیں مثلاً

$$2x + 8 = 18$$
$$6y + 7 = 9 - y$$
$$3y - 2 > 8$$

کھلے فقروں کی مثالیں ہیں۔ ان میں جب تک x اور y کی قیمتیں معلوم نہ ہوں اُس وقت

تک اُن کے غلط یا درست ہونے کے بارے میں کچھ نہیں کہا جا سکتا۔
اِن کھلے فقروں میں سے
$2x + 8 = 18$ مساوات کہلاتی ہے۔
اس میں ایک متغیر x استعمال ہُوا ہے۔ اِس لیے یہ ایک متغیر میں مساوات ہے اور x کا قوت نما چونکہ " ایک " ہے۔ اس لیے مساوات کا درجہ ایک ہے۔ لہٰذا

$$2x + 8 = 18$$

ایک متغیر میں یک درجی مساوات ہے

اِسی طرح
$8x + 5 = 6x + 19$ بھی ایک متغیر میں یک درجی مساوات ہے۔

$$3y - 7 = 17 + y$$

بھی ایک متغیر میں یک درجی مساوات ہے جبکہ

$3y - 2 > 8$ اور $6x + 7 < 2 - x$

ایک متغیر میں غیر مساواتیں ہیں۔

7.2 مترادف مساواتیں

دو مساواتوں کو " مترادف " کہیں گے۔ اگر ایک مساوات سے دوسری مساوات کو مندرجہ ذیل میں سے ایک یا ایک سے زیادہ عوامل کی مدد سے حل کرنا ممکن ہو۔

1- کسی ایک مساوات کے دونوں طرف ایک عدد جمع یا تفریق کرنے سے۔
2- کسی ایک مساوات کے دونوں طرف ایک ہی غیر صفر عدد سے ضرب یا تقسیم کرنے سے مثلاً

$x + 5 = 11$ (مساوات کے دونوں طرف سے 5 تفریق کریں تو حاصل ہونے والی مساوات)

$$x + 5 - 5 = 11 - 5$$

پہلی مساوات کے مترادف ہے اور جب $x + 5 - 5 = 11 - 5$ کے دونوں طرف کے جملوں کو مختصر کریں گے تو
$x = 6$ حاصل ہوگا۔ جو پہلی دونوں مساواتوں کے مترادف ہو گی۔

2 - $7x - 6 = 50$ کے دونوں طرف اگر 6 جمع کریں تو مساوات

$$7x - 6 + 6 = 50 + 6$$

حاصل ہوگی جو دی ہوئی مساوات کے مترادف ہوگی۔

اس دوسری مساوات کے دونوں طرف کے جملوں کو مختصر کریں گے تو مساوات

$7x = 56$ حاصل ہوگی جو پہلی دونوں مساواتوں کے مترادف ہے۔

اب دونوں طرفین کو 7 سے تقسیم کریں گے تو مساوات

$\frac{7x}{7} = \frac{56}{7}$ حاصل ہوگی۔

جو پہلی تینوں مساواتوں کے مترادف ہے اور اس طرح مساوات

$x = 8$ حاصل ہوگی۔

کسی دی ہوئی مساوات کے مترادف جتنی بھی مساواتیں حاصل ہوتی ہیں۔ ان میں متغیر کی قیمت ایک ہی ہوتی ہے۔ اسی تصور کو مساواتوں کے حل کرنے میں استعمال کیا جاتا ہے۔ جس کے بارے میں ہم آگے چل کر پڑھیں گے۔

مثال : $12y - 21 = 7y + 9$

کے مترادف دو مساواتیں لکھیے۔

حل : $12y - 21 = 7y + 9$

مساوات کے دونوں طرف 21 جمع کرنے سے مندرجہ ذیل مترادف مساوات حاصل ہوگی۔

$$12y - 21 + 21 = 7y + 9 + 21$$

$$12y = 7y + 30 \longrightarrow (1)$$

طرفین میں سے $7y$ تفریق کرنے پر

$$12y - 7y = 7y + 30 - 7y$$

$$5y = 30 \longrightarrow (2)$$

یہ بھی دی ہوئی مساوات کے مترادف ہے۔

اور اس طرح

$y = 6$ حاصل ہوگا۔

مشق 7.1

1 ۔ مندرجہ ذیل فقرات میں سے مساواتیں الگ کیجیے۔

(i) $x + 3 = 8$ (ii) $x - 5 = 13$ (iii) $3x > 24$

(iv) $y + 5 = 11$ (v) $y - 7 < 12$ (vi) $5y < 35$

(vii) $2x + 3 = 15$ (viii) $3y + 2 = 17$ (ix) $4x - 1 > 15$

(x) $8x + 7 = 2 + y$

2 ۔ مندرجہ ذیل مساواتوں میں متغیرات کی تعداد اور ان کا درجہ بتایئے۔

(i) $2x + 3 = x + 8$ (ii) $3x + 7 = x + 17$

(iii) $5y^2 + 3 = 8$ (iv) $5y + 3 = x + y$

(v) $8x - 7 = 43 - 2y^2$ (vi) $3x^2 - 2 = x + 3$

(vii) $7x + 3 = 4x + 15$ (viii) $4y - 5 = 5y - 6$

3 ۔ مندرجہ ذیل مساواتوں میں سے ہر ایک کے مترادف کم از کم ایک مساوات لکھیے۔

(i) $3x + 2 = 7$ (ii) $3x + 7 = 21$

(iii) $7x + 7 = 4x + 5$ (iv) $1 - 7y = 15$

(v) $4y - 3 = 5y + 7$ (vi) $7 - 2x = x - 5$

7.3 ایک متغیر میں یک درجی مساواتوں کا حل :

کسی مساوات کے حل سے مُراد یہ ہے کہ اس میں سے متغیر کی قیمت معلوم کی جائے یعنی یہ معلوم کیا جائے کہ متغیر کی کس قیمت کے لیے دیا ہُوا فقرہ یا مساوات درست فقرہ بن جاتی ہے۔ متغیر کی حاصل ہونے والی قیمتوں پر مشتمل سیٹ کو مساوات کا حل سیٹ کہتے ہیں۔ حل سیٹ معلوم کرنے کے لیے مترادف مساواتوں کا تصور استعمال کیا جائے گا۔ جس کی وضاحت مثالوں سے کی جا رہی ہے۔

مثال 1 : $y + 7 = 12$ کا حل سیٹ معلوم کیجیے۔

حل :

$y + 7 = 12$

$y + 7 - 7 = 12 - 7$

$y = 5$

پس حل سیٹ $= \{5\}$

مثال 2: $3x + 7 = 31$ کا حل سیٹ معلوم کیجیے۔

حل :

$3x + 7 = 31$

$3x + 7 - 7 = 31 - 7$ (طرفین میں سے 7 تفریق کرنے سے)

$3x = 24$

$\frac{3x}{3} = \frac{24}{3}$ (طرفین کو 3 سے تقسیم کرنے سے)

$x = 8$

پس حل سیٹ $= \{8\}$

مثال 3 : $2(3x + 5) = 52$ کا حل سیٹ معلوم کیجیے۔

حل :

$2(3x + 5) = 52$

$\frac{2(3x + 5)}{2} = \frac{52}{2}$ (طرفین کو 2 سے تقسیم کرنے سے)

$3x + 5 = 26$

$3x + 5 - 5 = 26 - 5$ (طرفین میں سے 5 تفریق کرنے سے)

$3x = 21$

$\frac{3x}{3} = \frac{21}{3}$ (طرفین کو 3 سے تقسیم کرنے سے)

$x = 7$

پس حل سیٹ $\{7\}$

مثال 4: $11y + 1 = 7y + 5$ کا حل سیٹ معلوم کیجیے۔

حل :

$11y + 1 = 7y + 5$

$11y + 1 - 7y = 7y + 5 - 7y$

$4y + 1 = 5$

$$4y + 1 - 1 = 5 - 1$$

$$4y = 4$$

$$\frac{4y}{4} = \frac{4}{4}$$

$$y = 1$$

پس حل سیٹ = $\{1\}$

مشق 7.2

مندرجہ ذیل مساواتوں کے حل سیٹ معلوم کیجیے۔

1 - $x + 9 = 15$
2 - $x + 10 = 18$
3 - $y - 6 = 4$
4 - $y - 7 = 2$
5 - $3y = 15$
6 - $4y = 24$
7 - $3x = 39$
8 - $8x = 64$
9 - $2x + 1 = 13$
10 - $4y + 3 = 15$
11 - $4x - 3 = 25$
12 - $5y - 1 = 19$
13 - $3x - 9 = 0$
14 - $7x - 21 = 0$
15 - $2x + 4 = 16$
16 - $5y + 3 = 18$
17 - $4x = 3$
18 - $7x + 1 = 22$
19 - $5(4x + 1) = 185$
20 - $7(2y - 3) = 133$
21 - $3(9x - 4) = 15$
22 - $8(3y - 2) = 32$
23 - $2x + 1 = x + 7$
24 - $9x + 4 = 6x + 10$
25 - $5x - 7 = 3x + 11$
26 - $12y - 23 = 8y - 3$
27 - $4y - 3 = 9y - 23$
28 - $2x + 15 = 11x + 12$
29 - $7x - 5 = 43 - 3x$
30 - $19 - 3y = 41 - 4y$

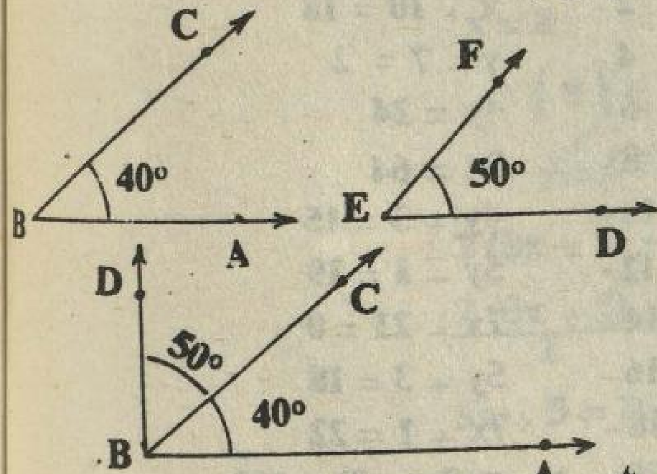
باب 8

عملی جیومیٹری

8.1 کمپلیمنٹری زاویے :

" ایسے دو زاویے جن کی مقداروں کا مجموعہ 90 درجے ہو کمپلیمنٹری زاویے کہلاتے ہیں اور ان میں سے ہر ایک دُوسرے کا کمپلیمنٹ ہوتا ہے ۔"

مثلاً اگر دو زاویے ABC اور DEF ایسے ہوں کہ



$m\angle ABC = 40^\circ$ $\quad$ $m\angle DEF = 50^\circ$

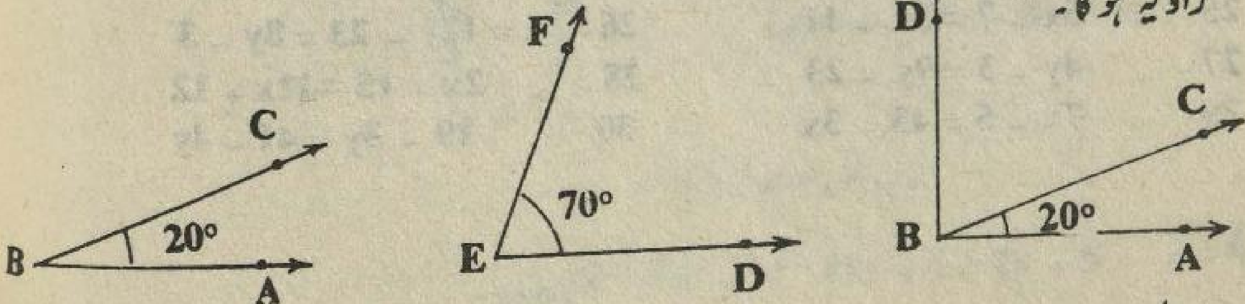
$m\angle ABC + m\angle DEF$

$= 40^\circ + 50^\circ$

$= 90^\circ$

اس لیے ∠ABC اور ∠DEF کمپلیمنٹری زاویے ہیں۔

اِسی طرح °70 کے زاویے کا کمپلیمنٹ °20 کا زاویہ ہوگا اور °20 کے زاویے کا کمپلیمنٹ °70 کا زاویہ ہوگا۔



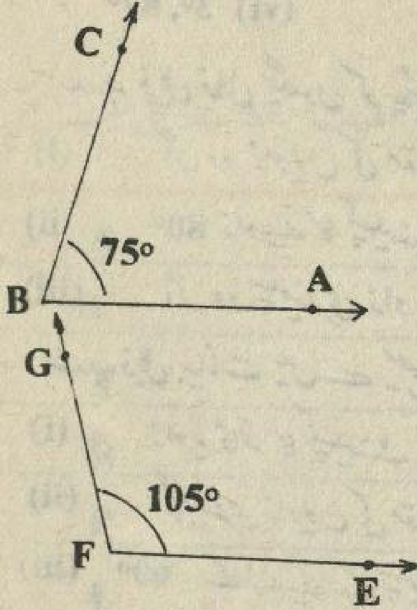
8.2 سپلیمنٹری زاویے :

ایسے دو زاویے جن کی مقداروں کا مجموعہ 180 درجے ہو سپلیمنٹری زاویے کہلاتے ہیں اور ان

میں ہر ایک دوسرے کا سپلیمنٹ ہوتا ہے۔"

مثلاً اگر دو زاویے ABC اور EFG ایسے ہوں کہ

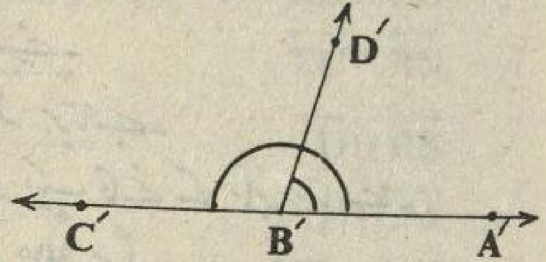
$m\angle ABC = 75^\circ$ اور $m\angle EFG = 105^\circ$



$m\angle ABC + m\angle EFG$

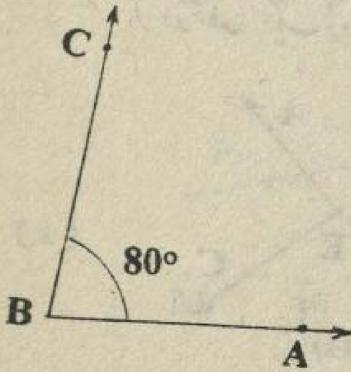
$= 75^\circ + 105^\circ$

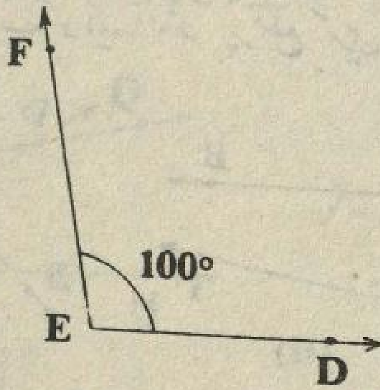
$= 180^\circ$

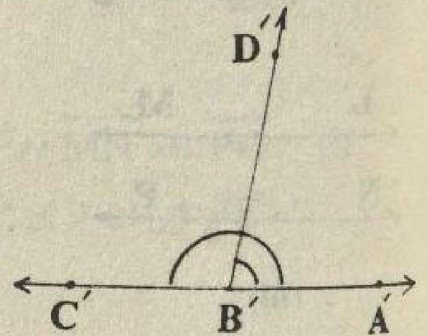


اِس لیے $m\angle ABC$ اور $m\angle EFG$ سپلیمنٹری زاویے کہلاتے ہیں۔

اسی طرح 80° کے زاویے کا سپلیمنٹ 100° کا زاویہ ہوگا اور 100° کے زاویے کا سپلیمنٹ 80° کا زاویہ ہو گا۔







مشق 8.1

1۔ مندرجہ ذیل کے کمپلیمنٹ معلوم کیجیے۔

(i) 10° (ii) 89° (iii) 7° (iv) 63° (v) 45°

2۔ مندرجہ ذیل کے سپلیمنٹ معلوم کیجیے۔

(i) 86° (ii) 90° (iii) 161° (iv) 132° (v) 58°

3۔ کمپلیمنٹری اور سپلیمنٹری جوڑے علیحدہ کیجیے۔

(i) 60°, 120°　(ii) 39°, 51°　(iii) 115°, 65°

(iv) 22°, 68°　(v) 46°, 134°　(vi) 3°, 87°

4۔ مندرجہ ذیل خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

(i) اگر دو زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ 180° ہو تو انھیں ______ زاویے کہتے ہیں۔

(ii) 80° زاویے کا کمپلیمنٹ ______ کا زاویہ ہوتا ہے۔

(iii) اگر دو سپلیمنٹری زاویے متماثل ہوں تو ہر ایک کی مقدار ______ ہوگی۔

5۔ مندرجہ ذیل بیانات میں سے صحیح اور غلط بتائیے۔

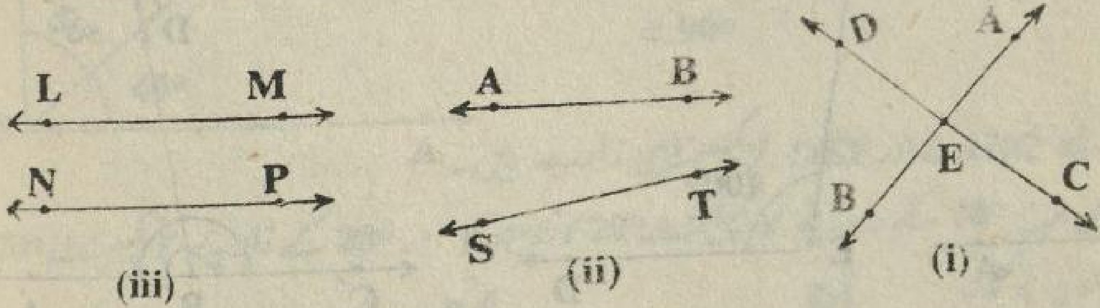
(i) زاویہ قائمہ کا کمپلیمنٹ بھی زاویہ قائمہ ہوتا ہے۔

(ii) کمپلیمنٹری زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ ایک قائمے کے برابر ہوتا ہے۔

(iii) 60° کے زاویے کے سپلیمنٹ کی مقدار 30° ہوگی۔

8.3 متوازیت:

اگر دو خطوط ایک دُوسرے کو ایک نقطہ پر قطع کریں تو انھیں متقاطع خطوط کہتے ہیں۔



1- شکل (i) میں $\overleftrightarrow{AB}$ اور $\overleftrightarrow{CD}$ ایک دُوسرے کو نقطہ E پر کاٹتے ہیں۔ اس لیے $\overleftrightarrow{AB}$ اور $\overleftrightarrow{CD}$ متقاطع خطوط ہیں۔

2- شکل (ii) میں $\overleftrightarrow{AB}$ اور $\overleftrightarrow{ST}$ بھی متقاطع خطوط ہیں۔ گو ان کا نقطہ تقاطع ظاہر نہیں کیا گیا۔ جیسا کہ شکل (ii) میں دکھایا گیا ہے۔

3- شکل (iii) میں $\overleftrightarrow{LM}$ اور $\overleftrightarrow{NP}$ خطوط کا ایسا جوڑا ہے۔ جن کے نقوش کو خواہ کتنا ہی کیوں نہ بڑھایا جائے یہ ایک دوسرے کو کاٹ نہیں سکتے۔ ان کو متوازی خطوط کہتے ہیں۔

پس " ایسے ہم مستوی خطوط جو متقاطع نہ ہوں متوازی ہوتے ہیں۔"

پچھلے صفحہ پر دی ہوئی تعریف سے واضح ہے کہ خطوط یا تو متقاطع ہوتے ہیں یا متوازی۔
"خط LM متوازی ہے خط NP کے" اسے علامتی طور پر لکھیں گے

$$\overleftrightarrow{LM} \parallel \overleftrightarrow{NP}$$

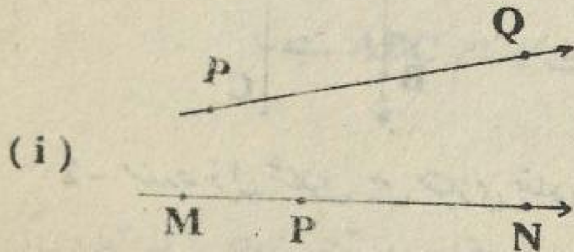
اگر دو خطوط باہم متوازی ہوں تو ان پر واقع شعاعیں اور قطعات (خط کے تحتی سیٹ) بھی باہم متوازی ہوتے ہیں۔ مثلاً

1 اگر $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$
تو $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

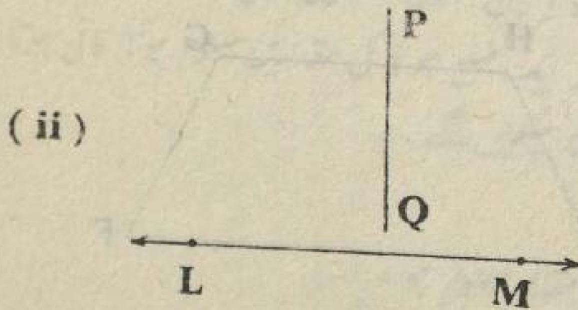
2 اگر $\overleftrightarrow{TU} \parallel \overleftrightarrow{RS}$
تو $\overrightarrow{TU} \parallel \overrightarrow{RS}$

3۔ اگر $\overleftrightarrow{PQ} \parallel \overleftrightarrow{LM}$
تو $\overline{PQ} \parallel \overrightarrow{LM}$

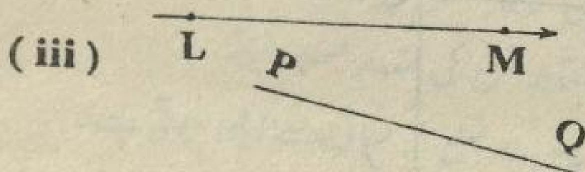
متوازی الاضلاع، معین، مستطیل اور مربع کے آمنے سامنے کے ضلعے باہم متوازی ہوتے ہیں۔
اگرچہ دو خطوط باہم متوازی ہوتے ہیں یا متقاطع لیکن یہ بات قطعاتِ خط اور شعاعوں کے لیے ضروری نہیں۔ مثلاً



(i) $\overrightarrow{PQ}$ اور $\overrightarrow{MN}$ دو شعاعیں نہ تو متقاطع ہیں اور نہ ہی متوازی۔



(ii) $\overleftrightarrow{LM}$ اور $\overline{PQ}$ نہ تو متقاطع ہیں اور نہ ہی متوازی۔

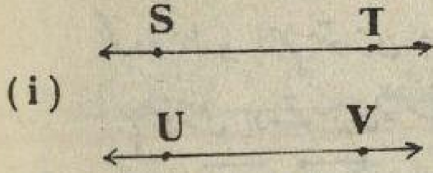


(iii) $\overrightarrow{LM}$ اور $\overline{PQ}$ نہ تو متقاطع ہیں اور نہ ہی متوازی۔

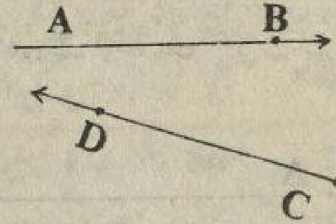
مشق 8.2

1- ہیٹھاں دتی ہوئی اشکال وچ متوازی جوڑے دسو۔

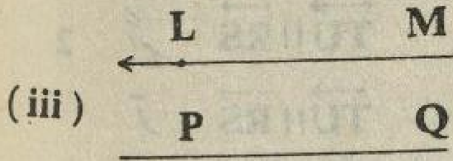
(i)



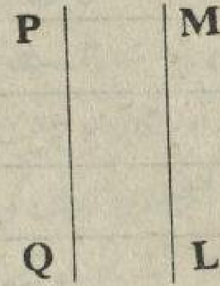
(ii)



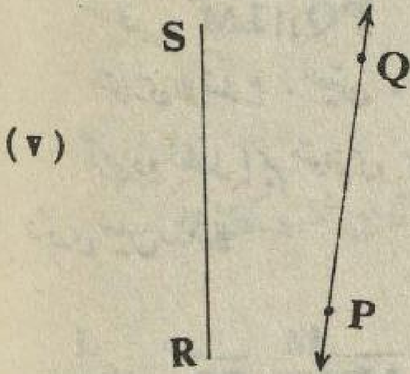
(iii)



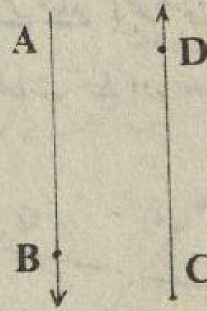
(iv)



(v)

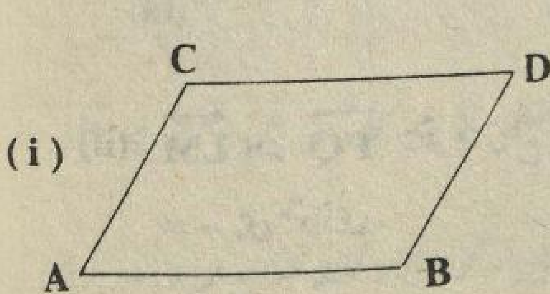


(vi)

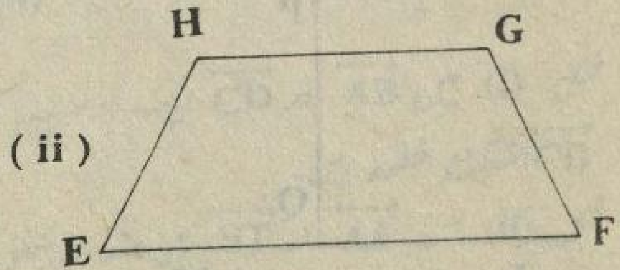


2- مندرجہ ذیل شکلاں وچ متوازی ضلعاں دے ناں دسو۔

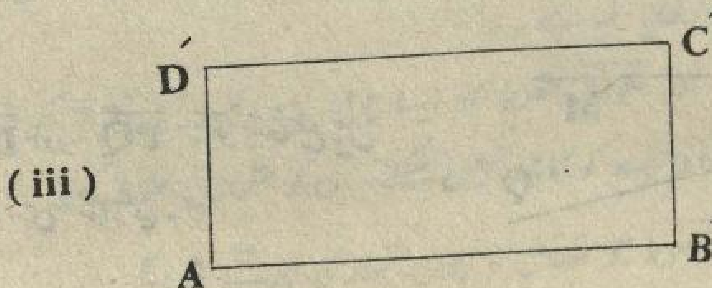
(i)



(ii)



(iii)



3۔ مندرجہ ذیل میں سے کون کون سا بیان درست ہے اور کون کون سا غلط :

(i) دو قطعاتِ خط، جو متوازی نہ ہوں، متقاطع ہوتے ہیں۔

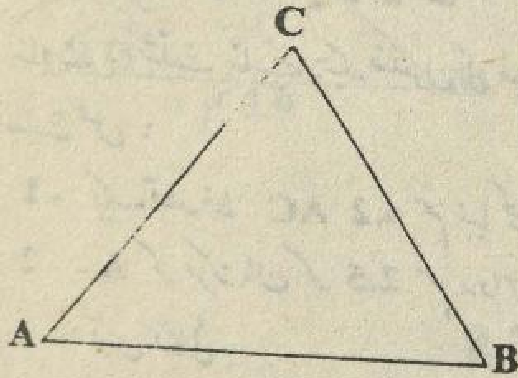
(ii) غیر متوازی شعاعیں، متقاطع ہوں گی۔

(iii) اگر ایک قطعہ خط اور ایک شعاع ہو تو ضروری نہیں کہ اگر وہ متقاطع نہ ہوں تو وہ باہم متوازی ہوں گی۔

(iv) مثلث کے ضلعے دو دو کر کے باہم متقاطع ہوتے ہیں۔

(v) مُربع کے دو متصلہ ضلعے باہم متوازی ہوتے ہیں۔

8.4 مثلث سے متعلق سابقہ واقفیت :



سامنے دی گئی مثلث قطعات خط AB, BC, CA پر مشتمل ہے۔ یہ قطعات خط ان کے اضلاع کہلاتے ہیں۔ مثلث کے تین زاویے ABC ، CAB, اور ACB ہیں۔

مثلث کا نام لیتے وقت اس کے تینوں کونوں کے نام کے حروف ملا کر پڑھتے ہیں۔ مثلاً دی ہوئی مثلث کا نام ABC ہے۔

8.5 مثلث کی بناوٹ :

کسی مثلث کو بنانے کے لیے اس کے تمام اجزاء (تین ضلعوں اور تین زاویوں) کی مقداروں کی ضرورت نہیں پڑتی بلکہ صرف تین اجزاء (جن میں کم از کم ایک ضلع ہو) کی مقداریں معلوم ہونا کافی ہوتا ہے۔ چنانچہ یہاں ہم مندرجہ ذیل صورتوں سے مثلث بنانا سیکھیں گے۔

(i) تینوں ضلعوں کی لمبائیاں معلوم ہوں۔

(ii) دو ضلعوں اور ان کے درمیانی زاویے کی مقدار معلوم ہو۔

(iii) ایک زاویہ قائمہ ہو، وتر اور ایک ضلع کی مقدار معلوم ہو۔

(iv) دو زاویوں اور ان میں سے کسی ایک کے متقابلہ ضلع کی مقدار معلوم ہو۔

نوٹ : "مثلث کے کوئی سے دو ضلعوں کی مجموعی لمبائی تیسرے ضلع کی لمبائی سے زیادہ ہوتی ہے۔"

مشق 8.3

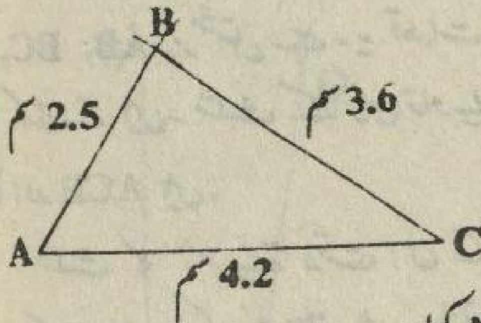
تشکلیں بنائے بغیر معلوم کیجیے کہ مندرجہ ذیل مقداروں والے ضلعوں سے مثلثیں بن سکتی ہیں کہ نہیں۔ ہر صورت میں وجہ بتائیے۔

1 - 4 سم, 2.5 سم, 1.5 سم
2 - 5 سم, 4 سم, 3 سم
3 - 5.3 سم, 3.7 سم, 4.4 سم
4 - 7 سم, 3.5 سم, 2.5 سم

(i) مثلث بنانا جبکہ تینوں ضلعوں کی لمبائیاں معلوم ہوں :

بناوٹ : مثلث بنائیے جبکہ ضلعوں کی لمبائیاں 2.5 سم ، 3.6 سم اور 4.7 سم ہو۔

مدارج عمل :



1- ایک قطعہ خط AC 4.2 سم لمبا کھینچا۔

2- A کو مرکز مان کر 2.5 سم رداس کی ایک قوس لگائی۔

3- C کو مرکز مان کر 3.6 سم رداس کی ایک اور قوس لگائی۔ جس نے پہلی قوس کو نقطہ B پر قطع کیا۔

4- قطعہ خط AB اور قطعہ خط BC کھینچے۔

پس ABC مطلوبہ مثلث ہے۔

مشق 8.4

1- مثلث بنائیے جس کے اضلاع کی لمبائیاں مندرجہ ذیل ہوں۔ نیز ان مثلثوں کے زاویوں کی پیمائش کیجیے۔

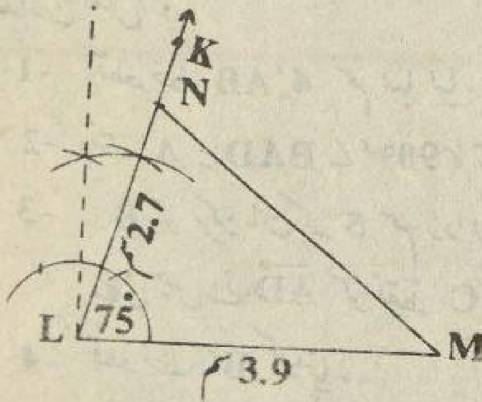
(i) 5 سم, 4 سم, 3 سم
(ii) 4.1 سم, 3.4 سم, 2.9 سم
(iii) 3.7 سم, 5.1 سم, 2.6 سم
(iv) 5.5 سم, 4.5 سم, 3.5 سم

2 - ایک مثلث متماثل الاضلاع بنائیے جس کا ہر ایک ضلع 4.6 سم لمبا ہو۔

3 - ایک مثلث متماثل الساقین بنائیے۔ جس کا قاعدہ 4 سم ہو اور متماثل ضلعوں میں سے ہر ایک 2.5 سم لمبا ہو۔

(ii) مثلث بنانا جبکہ دو ضلعوں اور درمیانی زاویے کی مقداریں معلوم ہوں :

بناوٹ : ایک مثلث بنائیے جس کے دو ضلعوں کی لمبائیاں 3.9 سم اور 2.7 سم ہوں اور ان کا درمیانی زاویہ 75° کا ہو۔



مدارج عمل :

1- قطعہ خط LM 3.9 سم لمبا لیا۔

2- L پر ∠ MLK، 75° کا بنایا۔

3- $\overrightarrow{LK}$ پر نقطہ N لیا تاکہ

$m\overline{LN} =$ 2.7 سم

4- قطعہ خط MN کھینچا۔

پس LMN مطلوبہ مثلث ہے۔

مشق 8.5

1 - مثلثیں بنائیے جن کے دو اضلاع اور ان کے درمیانی زاویے کی پیمائش مندرجہ ذیل ہے۔

(i) 3.8 سم ، 4.7 سم ، 60°
(ii) 4.5 سم ، 5.1 سم ، 90°
(iii) 5 سم ، 4 سم ، 105°
(iv) 5.6 سم ، 3.0 سم ، 45°

2 - نیچے دیے گئے سوالوں میں زاویے پروٹریکٹر کی مدد سے بنائیے۔

(i) مثلث بنائیے جس میں

$m\overline{AB} =$ 4.7 سم

$m\overline{BC} =$ 3 سم ،

اور $m\angle ABC = 65°$

اس کے باقی دونوں زاویوں کی مقداریں ماپ کر تینوں زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ معلوم کیجیے۔

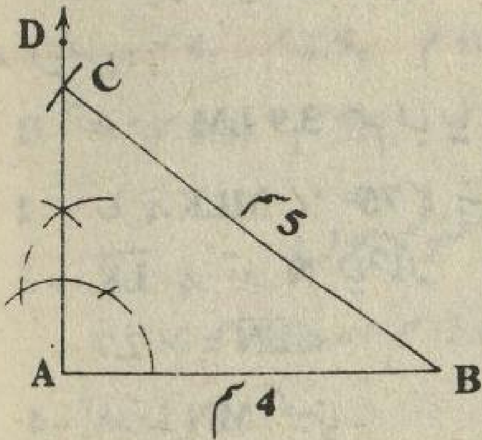
(ii) مثلث متماثل الساقین بنائیے جس کے متماثل ضلعوں میں سے ہر ایک 5.9 سم لمبا ہو۔

(iii) مثلث ABC بنائیے جس کا ایک زاویہ A 110 درجے کا ہو اور اس کے بازوؤں کی لمبائی 3.2 سم اور 2.8 سم ہو۔

(iii) قائمۃ الزاویہ مثلث بنانا جبکہ وتر اور ایک ضلع کی لمبائی معلوم ہو:

بناوٹ : قائمۃ الزاویہ مثلث بنائیے جس کا وتر 5 سم اور ایک ضلع 4 سم لمبا ہو۔

مدارج عمل :



1- قطعہ خط AB، 4 سم لمبا لیا۔

2- نقطہ A پر $\angle BAD$، 90° کا زاویہ بنایا۔

3- B کو مرکز مان کر 5 سم رداس کی ایک قوس لگائی جس نے $\overrightarrow{AD}$ کو نقطہ C پر کاٹا۔

4- قطعہ خط BC کھینچا۔

پس ABC مطلوبہ مثلث ہے۔

مشق 8.6

1 ۔ قائمۃ الزاویہ مثلثیں بنائیے جس میں (نوٹ : زاویے بذریعہ پرکار بنائیے)

(i) قاعدہ = 2.5 سم ، وتر = 6.5 سم

(ii) قاعدہ = 7.5 سم ، وتر = 8.5 سم

(iii) اِرتفاع = 4.5 سم ، وتر = 7.5 سم

(iv) اِرتفاع = 4 سم ، وتر = 6.8 سم

2- ایک مثلث بنائیے جس کے دو ضلعے 5.9 سم اور 3.4 سم لمبے ہوں اور 5.9 سم لمبے ضلعے کا متقابلہ زاویہ 90° کا ہو۔

3- مثلث ABC بنائیے جبکہ

$m\overline{AB} = 3.3$ سم $\quad m\overline{BC} = 4.9$ سم $\quad m\angle CAB = 90^\circ$

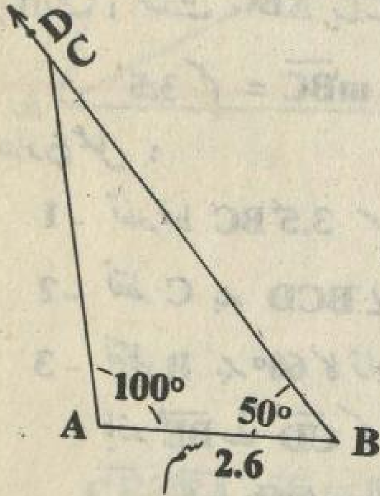
4- مثلث LMN بنائیے جس میں

$m\overline{MN} =$ سم4.6, $m\overline{LM} = 6.3$ سم

اور N پر بننے والا زاویہ کی مقدار 90 درجے ہو۔

(iv) مثلث بنانا جبکہ دو زاویوں اور ان کے درمیانی ضلع کی مقداریں معلوم ہوں :

بناوٹ : مثلث بنائیے جس کا قاعدہ 2.6 سم لمبا اور قاعدے پر کے زاویے کی مقداریں بالترتیب 50° اور 100° ہوں



مدارج عمل :

1 قطعہ خط AB، 2.6 سم لمبا لیا۔

2 نقطہ B پر ABC ∠ 50° کا بنایا۔

3 نقطہ A پر 100° کا زاویہ بنایا۔ جس نے شعاع BD کو نقطہ C پر کاٹا۔

پس ABC مطلوبہ مثلث ہے۔

مشق 8.7

1۔ صرف پرکار اور پیمانے کی مدد سے مثلثیں بنائیے۔

	قاعدہ	قاعدے پر کے زاویے		قاعدہ	قاعدے پر کے زاویے
(i)	2.9 سم	45°, 60°	(ii)	4 سم	90°, 30°
(iii)	3.7 سم	75°, 60°	(iv)	4.5 سم	105°, 30°

2۔ پروٹریکٹر کے استعمال سے مثلث LMN بنائیے جس میں

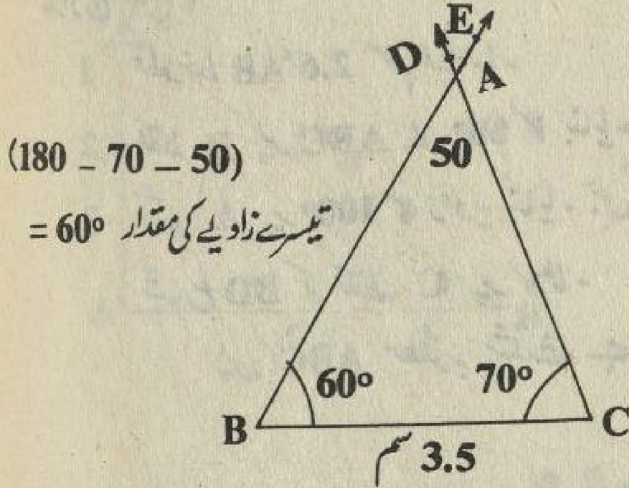
$m\overline{LM} =$ 6.8 سم $m\angle M = 59°$ $m\angle L = 48°$

3۔ پروٹریکٹر کے استعمال سے مثلث بنائیے جس کے دو زاویوں کی مقداریں 98° اور 37° ہوں اور ان کا درمیانی ضلع 4 سم لمبا ہو۔

(v) مثلث بنانا جبکہ دو زاویوں کی مقداریں معلوم ہوں اور ان کے زاویوں میں سے کسی ایک کے سامنے والے ضلع کی لمبائی معلوم ہو

بناوٹ : مثلث ABC بنائیے جبکہ

$m\angle B = 60^\circ$ $m\angle A = 50^\circ$ $m\overline{BC} =$ 3.5 سم



مدارج عمل :

1 - قطعہ خط BC، 3.5 سم لمبا لیا۔

2 - نقطہ C پر $\angle BCD$، 70° کا بنایا

3 - نقطہ B پر 60° کا زاویہ بنایا۔ جس کے بازو $\overrightarrow{BE}$ نے $\overrightarrow{CD}$ کو نقطہ A پر کاٹا۔

پس ABC مطلوبہ مثلث ہے۔

مشق 8.8

1 - پرکار کی مدد سے مثلث ABC بنائیے جس میں

$m\overline{AB} =$ 5.6 سم $m\angle A = 75^\circ$ $m\angle C = 45^\circ$

اس کے باقی دو ضلعوں کی پیمائش کیجیے۔

2 - پرکار کی مدد سے مثلث LMN بنائیے جس کا زاویہ M قائمہ ہو۔

3 - پروٹریکٹر کے استعمال سے مثلث ABC بنائیے جبکہ

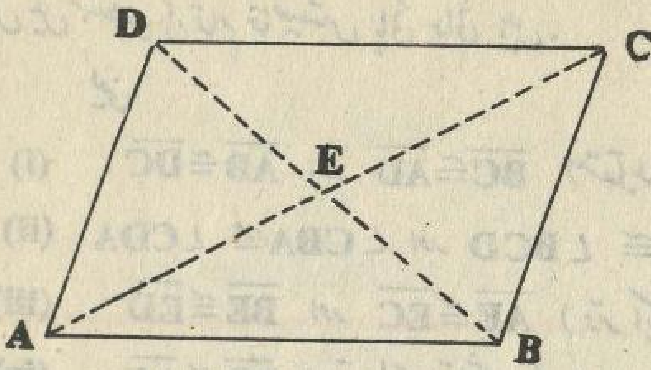
(i) $m\overline{AB} =$ 4 سم $m\angle A = 65^\circ, m\angle C = 59^\circ$

(ii) $m\overline{BC} =$ 5 سم $m\angle A = 103^\circ, m\angle B = 28^\circ$

(iii) $m\overline{CA} =$ 6 سم $m\angle A = 42^\circ, m\angle B = 95^\circ$

8.6 متوازی الاضلاع کے خواص :

ہمیں معلوم ہے کہ ایسی چوکور جس کے آمنے سامنے کے ضلعے متوازی ہوں متوازی الاضلاع کہلاتی ہے۔



مثلاً سامنے بنے ہُوئے چوکور ABCD میں $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ اور $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ اس لیے یہ ایک متوازی الاضلاع ہے۔

$\overline{AC}, \overline{BD}$ اس کے وتر ہیں جو ایک دوسرے کو نقطہ E پر کاٹتے ہیں۔ پیمائش سے پتہ چلتا ہے کہ متوازی الاضلاع ABCD میں

(i) $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ اور $\overline{BC} \cong \overline{AD}$

پس متقابلہ (آمنے سامنے) کے ضلعے باہم متماثل ہیں۔

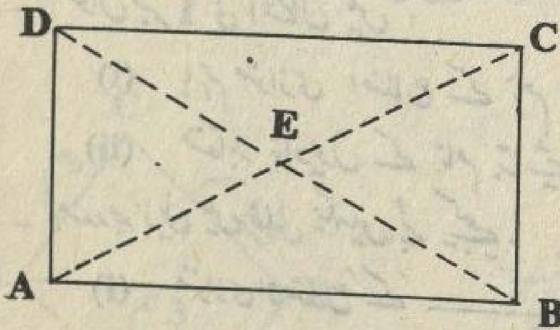
(ii) $\angle ABC \cong \angle ADC$ اور $\angle BAD \cong \angle BCD$

پس متقابلہ (آمنے سامنے کے) زاویے متماثل ہیں۔

(iii) وتر ایک دُوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔ یعنی $\overline{CE} \cong \overline{EA}, \overline{DE} \cong \overline{EB}$

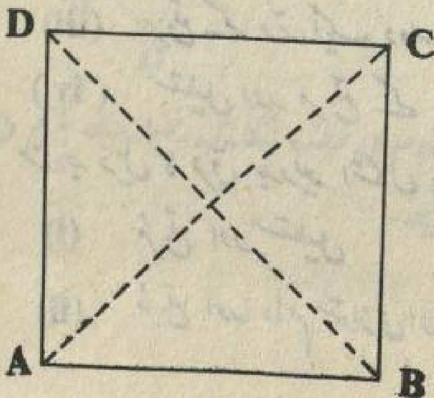
8.7 مستطیل کے خواص :

ایسی متوازی الاضلاع جس کا ہر زاویہ قائمہ ہو مستطیل کہلاتی ہے۔



مثلاً سامنے بنی ہوئی شکل ABCD ایک مستطیل ہے۔ جس میں $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ اور $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ اس لیے یہ ایک متوازی الاضلاع ہے۔ اِس میں متوازی الاضلاع کی تمام خاصیتیں موجود ہیں۔ اِن خاصیتوں کی پڑتال طلبا خُود کریں۔

8.8 مُربّع کے خواص :



ایسی مستطیل جس کے چاروں اضلاع متماثل ہوں مُربّع کہلاتی ہے۔ مثلاً

سامنے بنی ہُوئی شکل ABCD ایک مُربّع ہے چونکہ مربع ایک خاص قسم کی مستطیل ہوتی ہے۔ اِس لیے

اِس میں مُستطیل کی تمام خاصیتیں پائی جاتی ہیں۔
یعنی

(i) $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ اور $\overline{BC} \cong \overline{AD}$ (متقابلہ ضلع متماثل)

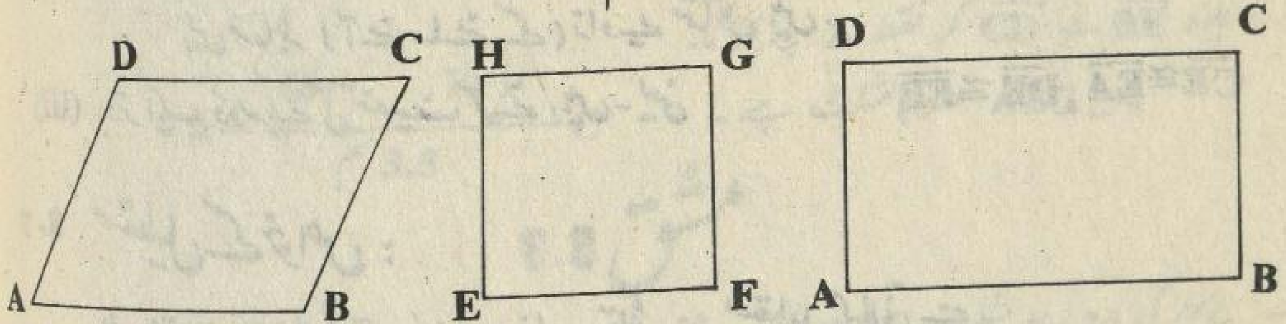
(ii) $\angle CBA \cong \angle CDA$ اور $\angle BAD \cong \angle BCD$

(iii) $\overline{BE} \cong \overline{ED}$ اور $\overline{AE} \cong \overline{EC}$ (وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں)

(iv) $\overline{BD} \cong \overline{AC}$ (وتر باہم متماثل ہیں)

مشق 8.9

1 ۔ مندرجہ ذیل متوازی الاضلاع کے نام اور اقسام بتائیے۔



2 ۔ سوال نمبر 1 کی اشکال میں :

(i) باہم متوازی اضلاع کے نام بتائیے۔

(ii) متقابلہ زاویوں کے نام بتائیے۔

3 ۔ مندرجہ ذیل میں خالی جگہیں پُر کیجیے۔

(i) متوازی الاضلاع کے ______ ضلعے باہم متماثل ہوتے ہیں۔

(ii) ______ کے وتر باہم متماثل ہوتے ہیں۔

(iii) مربع کے وتر ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر ______ کرتے ہیں۔

(iv) مستطیل اور مربع کے چاروں زاویے ______ ہوتے ہیں۔

4 ۔ مندرجہ ذیل کا فرق بذریعہ اشکال دِکھائیے۔

(i) مُربع اور مستطیل

(ii) مُربع اور عام متوازی الاضلاع

(iii) مستطیل اور عام متوازی الاضلاع

5 - مندرجہ ذیل کی مشترکہ خاصیتیں بتائیے۔

(i) مُربّع اور عام متوازی الاضلاع

(ii) مستطیل اور مُربّع

(iii) مستطیل اور عام متوازی الاضلاع

8.9 متوازی الاضلاع کی بناوٹ :

ہم متوازی الاضلاع بنانے کے طریقے پر غور کرتے ہیں جبکہ

(i) ایک وتر اور دو متصلہ ضلعوں کی لمبائیاں معلوم ہوں۔ یا

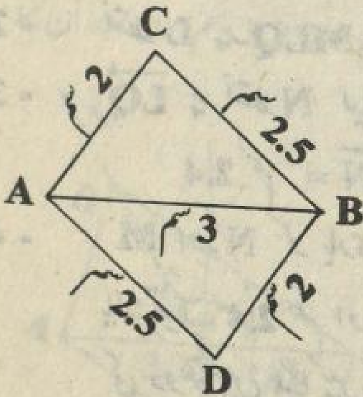
(ii) دو متصلہ ضلعوں اور ان کے درمیانی زاویے کی مقداریں معلوم ہوں۔ یا

(iii) دونوں وِتروں اور ان کے درمیانی زاویوں کی مقداریں معلوم ہوں۔

آئیے اب تینوں صُورتوں میں متوازی الاضلاع بنائیں :

صُورت I : متوازی الاضلاع بنانا جبکہ اِس کے ایک وتر اور دو متصلہ ضلعوں کی مقداریں معلوم ہوں۔

بناوٹ : ایک متوازی الاضلاع بنائیے جس کے دو متصلہ ضلعوں کی لمبائیاں 2 سم اور 2.5 سم ہوں، اور ایک وتر کی لمبائی 3 سم ہو۔



مدارج عمل :

1- قطعہ خط AB، 3 سم لمبا لیا۔

2- A اور B کو باری باری مرکز مان کر بالترتیب 2 سم اور 2.5 سم رداسوں کی قوسیں $\overline{AB}$ کے ایک طرف لگائیں جنھوں نے باہم C پر کاٹا۔

3- A اور B کو دوبارہ مرکز مان کر بالترتیب 2.5 سم اور 2 سم رداسوں کی قوسیں $\overline{AB}$ کے دوسری طرف لگائیں جنھوں نے باہم D پر کاٹا۔

4- نقاط A اور B کو نقاط C اور D سے ملائیے۔

ADBC مطلوبہ متوازی الاضلاع ہے۔

مشق 8.10

متوازی الاضلاع LMNK بنائیے جبکہ

(i) $m\overline{LM} =$ 3سم، $m\overline{MN} =$ 5 سم اور $m\overline{LN} =$ 6.5سم

پیمائش سے ثابت کیجیے کہ

$m\angle LMN = m\angle LKN = m\angle MLK = m\angle MNK$

2 - $m\overline{LM} =$ 4سم، $m\overline{LK} =$ 3سم، $m\overline{MK} =$ 5سم

پیمائش سے ثابت کیجیے کہ یہ ایک مستطیل ہے۔

3 - $m\overline{MN} =$ 2.4سم، $m\overline{NK} =$ 3.6سم، $m\overline{MK} =$ 2.9سم

4 - $m\overline{LM} = m\overline{MN} = \overline{LN} =$ 3.2سم

صورت II : متوازی الاضلاع بنانا جبکہ اس کے دو متصلہ ضلعوں اور ان کے درمیانی زاویے کی مقداریں معلوم ہوں۔

بناوٹ : ایک متوازی الاضلاع بنائیے جس کے دو متصلہ ضلعے 4.2 سم اور 2.4 سم لمبے ہوں اور اور ان کا درمیانی زاویہ 60° کا ہو۔

مدارج عمل :

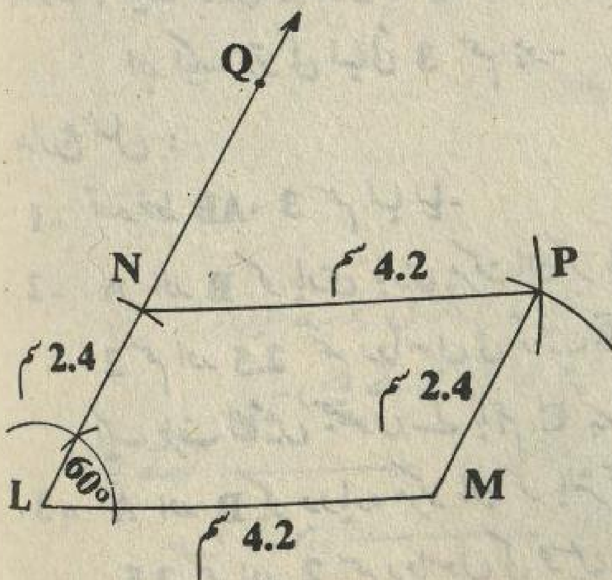
1 - ایک قطعہ خط LM ، 4.2 سم لمبا لیا۔

2 - نقطہ L پر $\angle MLQ$ 60° کا بنایا۔

3 - $\overrightarrow{LQ}$ پر نقطہ N لیا تاکہ

$m\overline{LN} =$ 2.4 سم

4 - M اور N کو باری باری مرکز مان کر بالترتیب 2.4 سم اور 4.2 سم رداسوں کی دو قوسیں لگائیں جو ایک دوسرے کو نقطہ P پر کاٹیں۔



5 - قطعات خط PM اور PN کھینچیں۔

پس LMPN مطلوبہ متوازی الاضلاع ہے۔

مشق 8.11

نوٹ : اس مشق میں تمام شکلوں میں زاویے بنانے میں پرکار استعمال کیجیے۔

1- متوازی الاضلاع ABCD بنائیے جبکہ

$m\angle ABC = 120^\circ, m\overline{AB} =$ 5 سم, $m\overline{BC} =$ 4 سم

پیمائش سے ثابت کیجیے کہ $m\angle ADC = 120^\circ$

2- متوازی الاضلاع ABCD بنائیے جس میں

$m\overline{BC} =$ 3 سم, $m\overline{AB} =$ 4.5 سم, $m\angle B = 45^\circ$

پیمائش سے ثابت کیجیے کہ $m\angle A = 135^\circ$

3- متوازی الاضلاع ABCD بنائیے جس میں

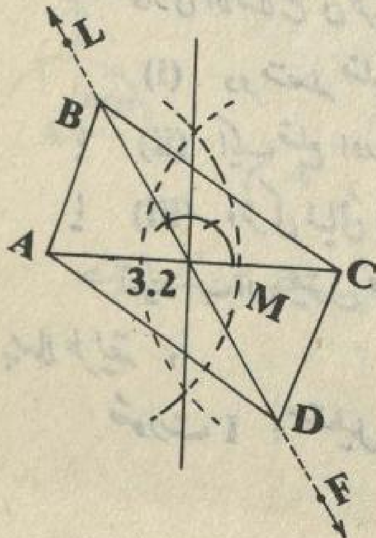
$m\overline{CD} =$ 3.6 سم, $m\angle C = 30^\circ$, $m\overline{BC} =$ 3.9 سم

4- متوازی الاضلاع ABCD بنائیے جس میں

$m\angle B = 105^\circ, m\overline{AB} =$ 3.5 سم, $m\overline{BC} =$ 3.5 سم

صُورت III : متوازی الاضلاع بنانا جبکہ اس کے دونوں وتروں اور ان کے درمیانی زاویے کی مقداریں معلوم ہوں۔

بناوٹ : ایک متوازی الاضلاع بنائیے جس کے وتروں کی لمبائیاں 4 سم اور 3.2 سم ہوں اور اُن کا درمیانی زاویہ 120° کا ہو۔



مدارج عمل :

1- $\overline{AC}$, 3.2 سم لمبا لیا۔

2- $\overline{AC}$ کی نقطہ M پر تنصیف کی۔

3- M پر $\angle CML$، 120° کا بنایا۔

4- $\overline{ML}$ میں سے $m\overline{MB}$ (2 سم $\frac{4}{2} =$) 2 سم لمبا کاٹ لیا۔

5- شعاع MF کھینچی اور اس پر نقطہ D

اس طرح لیا کہ $\overline{BM} \cong \overline{DM}$

6 - قطعات $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{AD}$ کو کھینچا۔

ABCD مطلوبہ متوازی الاضلاع ہے۔

مشق 8.12

نوٹ: ان سوالوں میں تمام زاویے پرکار کی مدد سے بنائے جائیں۔

متوازی الاضلاع بنائیے جب کہ

1 - دو متصلہ ضلعوں کی لمبائیاں 4.4 سم اور 3.6 سم ہوں اور ان کا درمیانی زاویہ °60 کا ہو۔ پیمائش کرکے تصدیق کیجیے کہ اس کے متقابلہ ضلع باہم متماثل ہیں۔

2 - وتروں کی لمبائیاں 4.9 سم اور 3.6 سم ہوں اور ان کا درمیانی زاویہ °30 کا ہو۔ پیمائش سے تصدیق کیجیے کہ ان کے متقابلہ زاویے باہم متماثل ہیں۔

3 - ہر ایک وتر 5 سم لمبا ہو اور وتروں کا درمیانی زاویہ °150 کا ہو۔ پیمائش سے ثابت کیجیے کہ اس کے تمام زاویے قائمے ہیں۔

4 - وتر 5.6 سم اور 4.5 سم لمبے ہوں جو باہم °90 کے زاویے پر کاٹیں۔ پیمائش سے تصدیق کیجیے کہ اس کے چاروں ضلعے باہم متماثل ہیں۔

8.10 مستطیل کی بناوٹ:

متوازی الاضلاع کی طرح مستطیل بھی بنائی جا سکتی ہے جب کہ

(i) دو متصلہ ضلعوں کی لمبائیاں معلوم ہوں۔

یا (ii) ایک ضلع اور ایک وتر کی لمبائی معلوم ہو۔

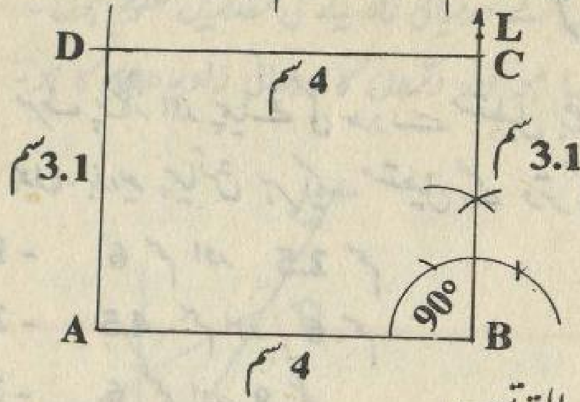
یا (iii) وتر کی لمبائی اور وتروں کے درمیانی زاویہ کی مقدار معلوم ہو۔

آیئے اب ان تینوں صورتوں میں مستطیل بنانے کے طریقے دریافت کریں۔

پہلا طریقہ:

صورت I : مستطیل بنانا جبکہ دو متصلہ ضلعوں کی لمبائیاں معلوم ہوں۔

بناوٹ : ایک مستطیل بنائیے جس کے متصلہ ضلعے 4 سم اور 3.1 سم لمبے ہوں۔



مدارج عمل :

(i) $\overline{AB}$, 4 سم لمبا لیا۔

(ii) B پر ABL∠ ، 90° کا بنایا

(iii) $\overline{BL}$ پر نقطہ C اس طرح لیا کہ

$m\overline{BC} =$ 3.1 سم

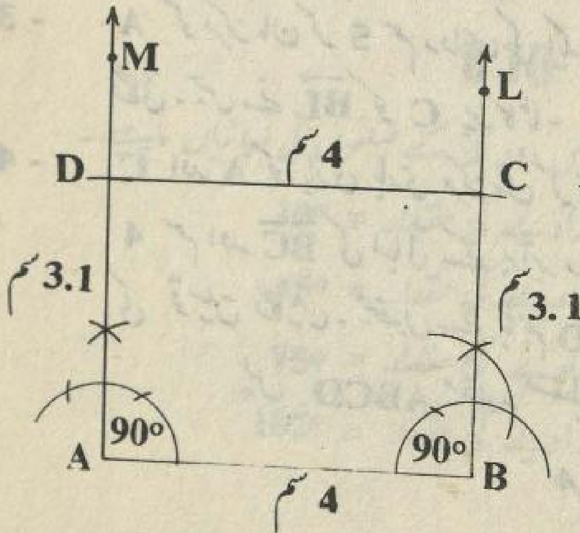
(iv) A اور C کو باری باری مرکز مان کر بالترتیب 3.1 سم اور 4 سم رداسوں کی قوس لگائیں جنھوں نے ایک دوسرے کو باہم نقطہ D پر کاٹا۔

(v) نقطہ D کو نقطہ C اور A سے ملایا۔

پس ABCD مطلوبہ مستطیل ہے۔

نوٹ : دو متصلہ ضلعوں کی لمبائیاں معلوم ہونے کی صورت میں ایک ضلع کے دونوں سروں پر قائمہ زاویے بنا کر بھی مندرجہ ذیل طریقے سے مستطیل بنائی جا سکتی ہے۔

مدارج عمل :



(i) $m\overline{AB}$، 4 سم لمبا لیا۔

(ii) B پر ABL∠ ، 90° کا بنایا

(iii) $\overrightarrow{BL}$ پر نقطہ C اس طرح لیا کہ

$m\overline{BC} =$ 3.1 سم

(iv) A پر BAM∠ ، 90° کا بنایا

(v) $\overrightarrow{AM}$ پر نقطہ D اس طرح لیا کہ

$m\overline{AD} =$ 3.1 سم

(vi) نقطہ C کو نقطہ D سے ملایا

نوٹ : C اور D کو ملانے کا مطلب ایک قطعہ خط CD کھینچنا ہے جس کے سرے C اور D ہیں۔

پس ABCD مطلوبہ مستطیل ہے۔

مشق 8.13

صرف پرکار اور پیمانے کی مدد سے مستطیل بنائیے جبکہ دو متصلہ ضلعوں کی لمبائیاں مندرجہ ذیل ہوں۔ بذریعہ پیمائش ہر ایک مستطیل کے وتر کی لمبائی معلوم کیجیے۔

1 - 6 سم اور 2.5 سم

2 - 4.5 سم اور 6 سم

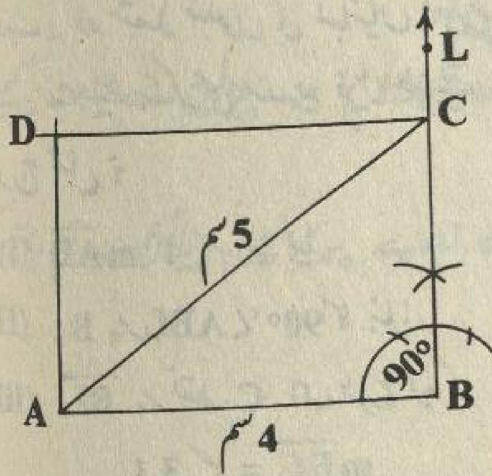
3 - 6 سم اور 8 سم

4 - 4 سم اور 7.5 سم

صورت II : مستطیل بنانا جبکہ اس کے وتر اور ایک ضلع کی لمبائی معلوم ہو۔

بناوٹ : ایک مستطیل بنائیے جس کا وتر 5 سم اور ایک ضلع 4 سم لمبا ہو۔

مدارج عمل :



1 - $m\overline{AB}$ 4 سم لمبا لیا۔

2 - B پر $\angle ABL$ ، 90° کا بنایا۔

3 - A کو مرکز مان کر 5 سم رداس کی ایک قوس لگائی۔ جس نے $\overrightarrow{BL}$ کو C پر کاٹا۔

4 - C اور A کو باری باری مرکز مان کر بالترتیب 4 سم اور $\overline{BC}$ کی لمبائی کے برابر رداسوں کی قوسیں لگائیں۔ جنھوں نے باہم D پر کاٹا۔ D کو A اور C سے ملایا۔

پس ABCD مطلوبہ مستطیل ہے۔

مشق 8.14

مستطیلیں بنا کر ہر ایک کے ضلعوں کی لمبائیاں ماپیے جبکہ

1 - وتر 5 سم اور ایک ضلع 4.5 سم لمبا ہو۔

2 - وتر 6.5 سم، ایک ضلع 6 سم لمبا ہو۔

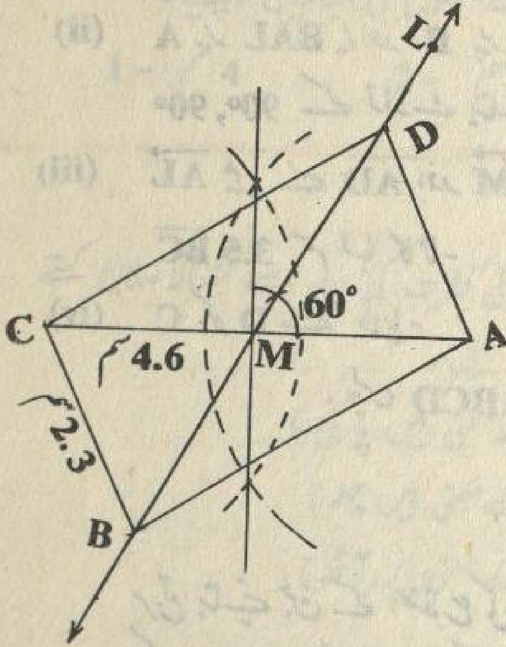
3 - وتر 4.5 سم، ایک ضلع 3.6 سم لمبا ہو۔

4 - وتر 5.2 سم، ایک ضلع 2 سم لمبا ہو۔

صُورت III : مستطیل بنانا جبکہ وتر اور وتروں کے درمیانی زاویے کی مقداریں معلوم ہوں۔

بناوٹ : مستطیل بنائیے جس کا وتر 4.6 سم لمبا ہو اور وتروں کا درمیانی زاویہ 60° کا ہو۔

مدارج عمل :



(i) $m\overline{AC}$، 4.6 سم لمبا لیا۔

(ii) $\overline{AC}$ کی نقطہ M پر تنصیف کی۔

(iii) M پر $\angle AML$، 60° کا بنایا۔

(iv) $\overrightarrow{ML}$ میں سے $\overline{MD}$ 2.3 سم $\left(\frac{4.6}{2}\right)$ سم لمبا کاٹا۔

(v) $\overrightarrow{DM}$ کو بڑھا کر اس میں سے $m\overline{MB}$ = 2.3 سم لیا۔

(vi) $\overline{CD}, \overline{BC}, \overline{AB}$ اور $\overline{DA}$ کو ملایا۔

پس ABCD مطلوبہ مستطیل ہے۔

مشق 8.15

صرف پرکار اور پیمانے کی مدد سے مستطیلیں بنائیں اور اُن کے ضلعوں کی لمبائیاں ماپیے۔

1- وتر کی لمبائی = 4.2 سم ، وتروں کے درمیانی زاویے کی مقدار = 30°

2- وتر کی لمبائی = 5.8 سم ، وتروں کے درمیانی زاویے کی مقدار = 45°

3- وتر کی لمبائی = 4.9 سم ، وتروں کے درمیانی زاویے کی مقدار = 75°

4- وتر کی لمبائی = 6.1 سم ، وتروں کے درمیانی زاویے کی مقدار = 105°

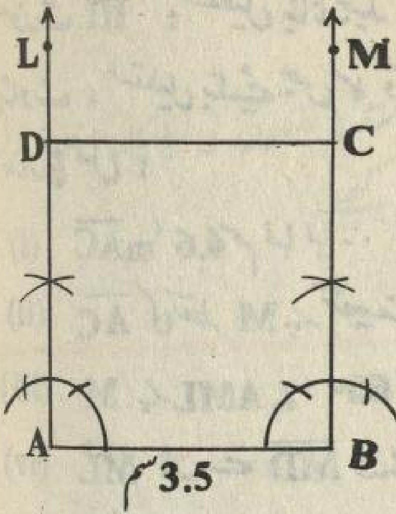
8.11 مُربّع کی بناوٹ :

ہم مُربّع کی بناوٹ معلوم کریں گے جبکہ

(i) ضلع کی لمبائی معلوم ہو۔

(ii) وتر کی لمبائی معلوم ہو۔

بناوٹ : 3.5 سم لمبے ضلع کا مُربع بنائیے۔



مدارج عمل :

(i) $\overline{AB}$ m 3.5 سم لمبا لیا۔

(ii) A پر BAL اور B پر ABM
90°, 90° کے زاویے بنائے۔

(iii) $\overrightarrow{AL}$ میں سے $\overline{AD}$ اور $\overrightarrow{BM}$ میں سے
$\overline{BC}$ 3.5 سم لمبا کاٹا۔

(iv) C کو D سے ملایا۔

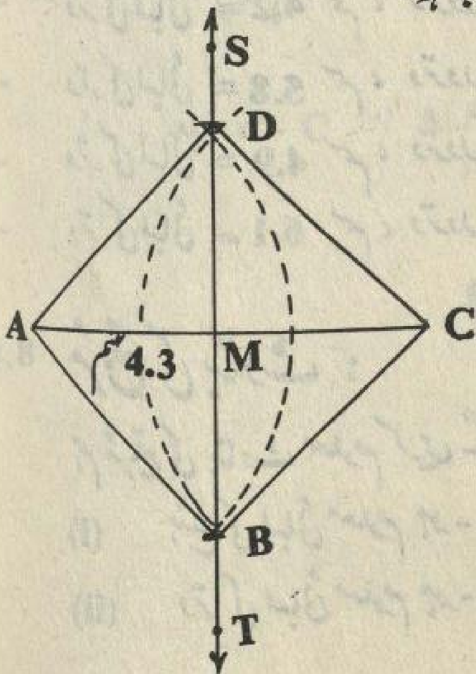
پس ABCD مطلوبہ مُربع ہے۔

مشق 8.16

مربع بنائیے جن کے اضلاع کی لمبائیاں ذیل میں دی گئی ہیں۔ ہر ایک مربع کے وتر کی پیمائش کیجیے۔ نیز ماپ کر تصدیق کیجیے کہ ہر ایک مربع کے وتر باہم زاویہ قائمہ پر تنصیف کرتے ہیں۔

1- 4 سم　　2- 5.2 سم　　3- 4.8 سم　　4- 5.3 سم

بناوٹ II : ایک مربع بنائیے جس کا وتر 4.3 سم لمبا ہو۔



مدارج عمل :

(i) $\overline{AC}$ 4.3 سم لمبا لیا۔

(ii) $\overline{AC}$ کا عمودی ناصف $\overleftrightarrow{ST}$ لیا۔ جس نے
$\overline{AC}$ کی نقطہ M پر تنصیف کی۔

(iii) $\overleftrightarrow{ST}$ میں سے $\overline{AC}$ کے ایک طرف $\overline{MD}$
اور دوسری طرف $\overline{MB}$ کاٹا تاکہ
$\overline{MD} \cong \overline{MB} \cong \overline{AM} \cong \overline{MC}$

(iv) $\overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}$ اور $\overline{AB}$ کو ملایا۔

پس ABCD مطلوبہ مُربع ہے۔

مشق 8.17

مُربّع بنائیے جن کے وتر کی لمبائیاں درج ذیل ہیں۔ ان کے ضلعوں کی لمبائیاں ماپیے۔

1 - 4 سم 2 - 5.3 سم 3 - 6.2 سم 4 - 5.7 سم

8.12 کثیرالاضلاع :

تین یا تین سے زیادہ ضلعوں والی سادہ شکلوں کو ضلعوں کی کثرت کی وجہ سے کثیرالاضلاع کہتے ہیں۔ ضلعوں کی تعداد کے مطابق کثیرالاضلاع کے نام حسب ذیل ہیں۔

(i) 5 ضلعوں والی شکل مُخمّس کہلاتی ہے۔ (عربی لفظ خمسہ کے معنی ہیں پانچ)

(ii) 6 ضلعوں والی شکل مُسدّس کہلاتی ہے۔ (عربی لفظ ستہ کے معنی ہیں چھ)

(iii) 8 ضلعوں والی شکل مُثمّن کہلاتی ہے۔ (عربی لفظ ثمانیہ کے معنی ہیں آٹھ)







نوٹ : اگر کسی کثیرالاضلاع کے تمام ضلعوں کی لمبائیاں برابر ہوں تو اُسے مُنتظم کثیرالاضلاع کہتے ہیں۔
یاد رہے کہ مُنتظم کثیرالاضلاع کے تمام زاویوں کی مقداریں بھی برابر ہوتی ہیں۔

8.13 مُنتظم کثیرالاضلاع کی بناوٹ :

ہم مثلث ، متوازی الاضلاع ، مستطیل اور مربّع کو بنانے کے طریقے سیکھ چکے ہیں اور جانتے ہیں کہ ان کو بنانے میں ضلعوں کی لمبائیاں اور زاویوں کی مقداریں کام آتی ہیں۔ یہ بات کثیرالاضلاع کی بناوٹ کے سلسلے میں بھی درست ہے۔ اب چونکہ مُنتظم کثیرالاضلاع کے تمام ضلعوں کی لمبائیاں برابر ہوتی ہیں اور تمام زاویوں کی مقداریں بھی یکساں ہوتی ہیں۔ اِس لیے صرف ایک ضلع کی لمبائی معلوم ہونے کا مطلب تمام

ضلعوں کی لمبائیاں معلوم ہوتا ہے اور ایک زاویہ کی مقدار معلوم ہونے پر تمام زاویوں کی مقداریں معلوم ہو جاتی ہیں۔

مثلث متماثل الاضلاع (منتظم مثلث) کا ہر زاویہ 60° کا ہوتا ہے اور مربع (منتظم چوکور) کا ہر زاویہ 90° کا ہوتا ہے۔

اِسی طرح ہر منتظم کثیرالاضلاع کے زاویے کی مقدار مقرر ہے۔ اور جیسا کہ ہم اعلیٰ جماعتوں میں پڑھیں گے۔

کہ کسی منتظم کثیرالاضلاع کے زاویے کی مقدار $= 180^\circ - \dfrac{360^\circ}{\text{ضلعوں کی تعداد}}$

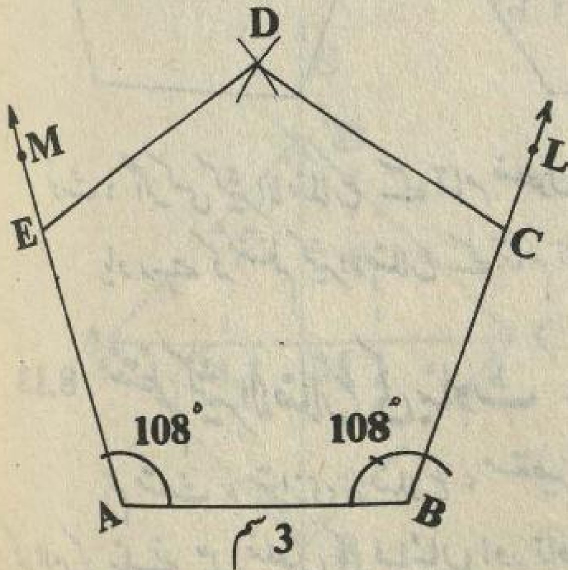
اس کلیے کے مطابق :

مخمس منتظم کے کسی زاویے کی مقدار $= 108^\circ$	$180^\circ - \dfrac{360^\circ}{5} = 108^\circ$
مسدس منتظم کے کسی زاویے کی مقدار $= 120^\circ$	$180^\circ - \dfrac{360^\circ}{6} = 120^\circ$
مثمن منتظم کے کسی زاویے کی مقدار $= 135^\circ$	$180^\circ - \dfrac{360^\circ}{8} = 135^\circ$

اب ہم کثیرالاضلاع بنانے کا طریقہ معلوم کرتے ہیں۔

بناوٹ : ایک مخمس بنائیے جس کے ضلع کی لمبائی 3 سم ہو۔

مدارج عمل :



(i) ایک قطعہ خط AB، 3 سم لمبا لیا۔

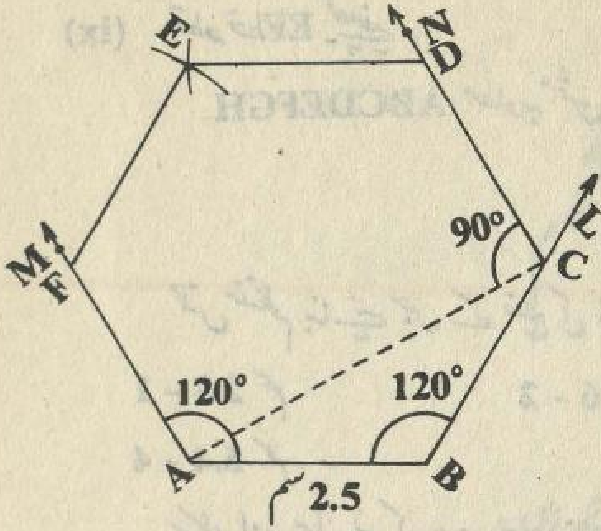
(ii) نقطہ A پر BAM ∠ اور B پر ABL ∠ 108° کے بنائیے۔

(iii) $\overline{AE}$ اور $\overline{BC}$ 3, 3 سم لمبا کاٹیے۔

(iv) C اور E کو باری باری مرکز مان کر 3, 3 سم رداس کی قوسیں لگائیں۔ یہ قوسیں ایک دوسرے کو نقطہ D پر باہم قطع کریں گی۔

(v) قطعہ خط DC اور DE کھینچیے۔

ABCDE مطلوبہ مخمس منتظم ہے۔



بناوٹ : ایک مسدس بنائیے جس کا ہر ضلع 2.5 سم ہو۔

مدارج عمل :

(i) ایک قطعہ خط AB، 2.5 سم لمبا لیا۔

(ii) نقطہ A اور B پر 120° بنائیے۔

(iii) $\overline{AF}$ اور $\overline{BC}$ 2.5 سم لمبا کاٹیے۔

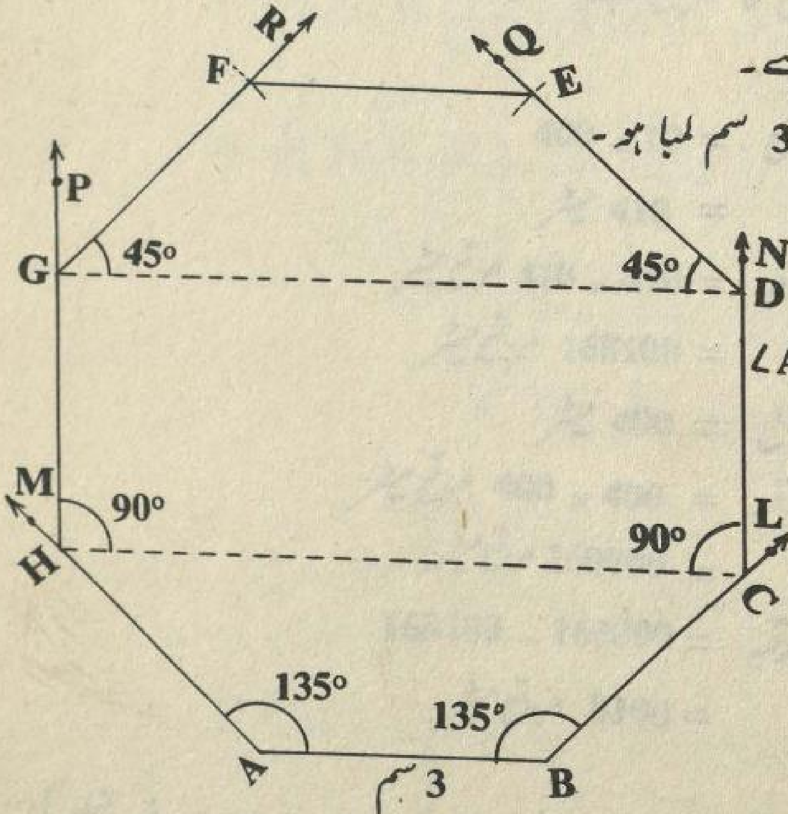
(iv) نقطہ C کو A سے ملائیے۔

(v) نقطہ C پر ACN∠، 90° بنائیے اور $\overline{CD}$ 2.5 سم لمبا کاٹیے۔

(vi) نقطہ D اور F کو باری باری مرکز مان کر 2.5 سم رداس کی قوسیں لگائیے۔ جو باہم نقطہ E پر کاٹیں۔

(vii) قطعات خط $\overline{DE}$ اور $\overline{EF}$ کھینچیے۔

ABCDEF مطلوبہ مسدس ہے۔



بناوٹ : ایک مثمن بنائیے جس کا ہر ضلع 3 سم لمبا ہو۔

مدارج عمل :

(i) ایک قطعہ خط AB ، 3 سم لمبا لیا۔

(ii) نقطہ A اور B پر BAM∠اور ABL∠ 135° بنائیے

(iii) $\overline{BC}$ اور $\overline{AH}$، 3 سم لمبا کاٹیے۔

(iv) قطعہ خط HC کھینچیے۔

(v) HCN∠ اور CHP∠، 90° بنائیے۔ $\overline{CD}$ اور $\overline{HG}$ ، 3 سم لمبا کاٹیے۔

(vi) قطعہ خط DG کھینچیے۔

(vii) نقاط D اور G پر بالترتیب 45° کے زاویے بنائیے۔

(viii) قطعاتِ خط DE اور FG ، 3 سم لمبا کاٹیے۔

(ix) قطعہ خط EF کھینچیے۔

ABCDEFGH مطلوبہ مثمن ہے۔

مشق 8.18

مخمس منتظم بنائیے جس کے ضلع کی لمبائی مندرجہ ذیل ہو۔

1 - 2.8 سم　　2 - 3.6 سم　　3 - 4.5 سم

4 - 5.4 سم

پرکار اور پیمانے کی مدد سے مندرجہ ذیل لمبائیوں کے ضلع کی مسدس منتظم اور مثمن منتظم بنائیے۔

5 - 2.5 سم　　6 - 3.4 سم　　7 - 4.6 سم

8 - 5.1 سم

باب 9

رقبہ اور حجم

9.1 مستطیل اور مُربّع کے رقبہ کے مسائل :

پچھلی جماعتوں میں ہم مندرجہ ذیل کلیات پڑھ آئے ہیں -

مربّعی علاقے کا رقبہ = ضلع × ضلع

مستطیلی علاقے کا رقبہ = مستطیل کی لمبائی × مستطیل کی چوڑائی

اب ہم مستطیلی اور مربّعی علاقوں کے رقبوں سے متعلق مسائل حل کرنے کے طریقے سیکھیں گے۔

مثال 1 : ایک باغ 400 میٹر لمبے ضلع کا مُربّع ہے۔ اس کے گرداگرد باہر کی طرف 5 میٹر چوڑی سڑک کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل : سڑک سمیت باغ کا ضلع = 10 + 400

= 410 میٹر

سڑک سمیت باغ کا رقبہ = 410 × 410 مربّع میٹر

= 168100 مربّع میٹر

باغ کا ضلع = 400 میٹر

باغ کا رقبہ = 400 × 400 مربّع میٹر

= 160000 مربّع میٹر

باغ کے گرداگرد سڑک کا رقبہ = 160000 - 168100

= 8100 مربّع میٹر

مثال 2 : ایک کمرے کا فرش 10 میٹر لمبا اور 8 میٹر چوڑا ہے۔ اس پر 25 سم لمبے ضلع کی مربّع ٹائیلیں لگوانے کا خرچ بحساب 750 روپے فی ہزار معلوم کیجیے۔

حل : فرش کی لمبائی = 10 میٹر

فرش کی چوڑائی = 8 میٹر

فرش کا رقبہ = 8 × 10 مُربع میٹر

= 80 مربع میٹر

ٹائیل کی لمبائی = ٹائیل کی چوڑائی = 25 سم

= $\frac{25}{100}$ میٹر

= $\frac{1}{4}$ میٹر

ٹائیل کا رقبہ = $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$ مُربع میٹر

= $\frac{1}{16}$ مربع میٹر

$\frac{1}{16}$ مُربع میٹر جگہ کے لیے درکار ٹائیلیں = 1 ٹائیل

1 مربع میٹر جگہ کے لیے درکار ٹائیلیں = $1 \div \frac{1}{16}$

= 16 ٹائیلیں

80 مربع میٹر جگہ کے لیے درکار ٹائیلیں = 80 × 16

= 1280 ٹائیلیں

1000 ٹائیلوں پر لاگت = 750 روپے

1 ٹائیل پر لاگت = $\frac{750}{1000}$ روپے

1280 ٹائیلوں پر لاگت = $\frac{750}{1000} \times 1280$ = 960 روپے

نوٹ : رقبہ، لمبائی اور چوڑائی میں سے کوئی سی دو مقداریں معلوم ہوں تو تیسری مقدار مندرجہ ذیل کلیوں سے معلوم کر سکتے ہیں۔

مستطیلی علاقے کا رقبہ = مستطیل کی لمبائی × مستطیل کی چوڑائی

اس لیے

مستطیل کی لمبائی = $\frac{\text{مستطیلی علاقے کا رقبہ}}{\text{مستطیل کی چوڑائی}}$

$$\text{مستطیل کی چوڑائی} = \frac{\text{مستطیلی علاقے کا رقبہ}}{\text{مستطیل کی لمبائی}}$$

مثال 3 - : ایک کمرے کی لمبائی 10 میٹر اور چوڑائی 6 میٹر ہے۔ اگر کمرے میں بچھائے جانے والے ٹاٹ کی چوڑائی 75 سم ہو تو ٹاٹ کی لمبائی معلوم کیجیے۔

حل :
فرش کی لمبائی = 10 میٹر
فرش کی چوڑائی = 6 میٹر
فرش کا رقبہ = 6 × 10 مربع میٹر
= 60 مربع میٹر

ٹاٹ کی چوڑائی = 75 سم
$= \frac{75}{100}$ میٹر

چونکہ ٹاٹ کا رقبہ = فرش کا رقبہ = 60 مربع میٹر

اس لیے

$$\text{ٹاٹ کی لمبائی} = \frac{\text{فرش کا رقبہ}}{\text{ٹاٹ کی چوڑائی}} = \frac{\text{ٹاٹ کا رقبہ}}{\text{ٹاٹ کی چوڑائی}}$$

$$= 60 \div \frac{75}{100}$$

$$= 60 \times \frac{100}{75}$$

= 80 میٹر

مشق 9.1

1- 120 میٹر لمبے اور 90 میٹر چوڑے باغ کے گرداگرد 4 میٹر چوڑی سڑک کا رقبہ معلوم کیجیے۔

2- 30 میٹر لمبے اور 25 میٹر چوڑے باغیچے کے گرداگرد اندر کی طرف 3 میٹر چوڑی سڑک پر بجری بچھانے کا خرچ 5 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے معلوم کیجیے۔

3 - 20 سم لمبی اور 15 سم چوڑی تصویر کے گرد 2 سم چوڑا فریم لگنے کے بعد فریم کا رقبہ معلوم کیجیے۔

4 - 60 میٹر لمبے اور 45 میٹر چوڑے باغ میں لیموں کے کتنے پیڑ لگیں گے۔ جبکہ ایک پیڑ کے لیے 9 مربع میٹر جگہ درکار ہے۔

5 - 450 میٹر لمبے اور 275 میٹر چوڑے باغ کے گرداگرد اندر کی طرف 4 میٹر چوڑی سڑک کو مرمت کرانے کا خرچ 10 روپے مربع میٹر کے حساب سے معلوم کیجیے۔

6 - 100 میٹر لمبے اور 60 میٹر چوڑے قطعہ میں سے چاروں طرف 5 میٹر چوڑی جگہ چھوڑ کر ہاکی کا گراؤنڈ بنایا گیا ہے۔ چھوڑی ہوئی جگہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔

7 - 45 میٹر لمبے اور 30 میٹر چوڑے صحن کے فرش پر لگی ہوئی $22\frac{1}{2}$ سم لمبی اور 15 سم چوڑی اینٹوں کی قیمت بحساب 560 روپے فی ہزار معلوم کیجیے۔

8 - ایک کمرے کے فرش پر 76 سم چوڑائی کا ٹاٹ بحساب 16 روپے فی مربع میٹر 108 روپے کا بچھے گا۔ اگر کمرے کی لمبائی 5.7 میٹر ہو تو کمرے کی چوڑائی معلوم کیجیے۔

9 - 10 میٹر لمبے فرش پر 13 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے دری بچھانے کا خرچ 650 روپے ہے۔ فرش کی چوڑائی معلوم کیجیے۔

10 - 20 میٹر لمبے اور 15 میٹر چوڑے بنگلے کے گرداگرد باہر کی طرف 2.5 میٹر چوڑا برآمدہ بنا ہوا ہے۔ اس برآمدے میں فرش لگوانے کا خرچ بحساب 80 روپے فی مربع میٹر معلوم کیجیے۔

11 - ایک کمرہ اندر سے 12 میٹر لمبا اور 9 میٹر چوڑا ہے۔ اس کی دیواریں 50 سم موٹی ہیں۔ کمرے کے باہر 2.5 میٹر چوڑے برآمدے کے فرش کا رقبہ معلوم کیجیے۔

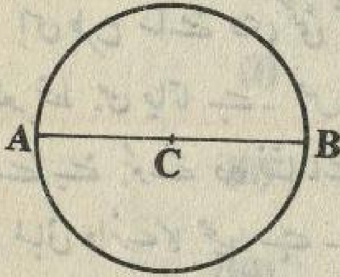
12 - ایک ہال کمرے کے فرش کی لمبائی 25 میٹر اور چوڑائی 18 میٹر ہے۔ اس پر لگنے والی 20 سم لمبے ضلع کی مربع ٹائلوں کی قیمت بحساب 850 روپے فی ہزار معلوم کیجیے۔

13 - 6 میٹر لمبے اور 3.5 میٹر چوڑے کمرے کے فرش پر ٹاٹ بچھانے کا خرچ 3 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے 84 روپے ہے۔ ٹاٹ کی چوڑائی معلوم کیجیے۔

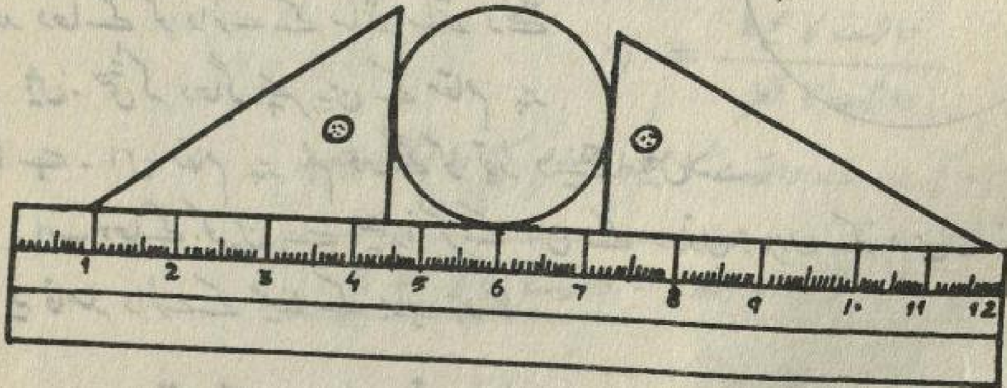
14 - مسجد کے فرش کی لمبائی 8 میٹر اور چوڑائی 6 میٹر ہے۔ اس پر ایک میٹر لمبائی اور 48 سم چوڑائی کی کتنی چٹائیاں بچھیں گی۔

9.2 دائرے کے قطر کی پیمائش :

ہم جانتے ہیں کہ دائرے کے مرکز سے گزرنے والے وتر کو قطر کہتے ہیں۔



مثلاً سامنے بنے ہُوئے دائرے کا ایک وتر
AB ہے۔ جو مرکز C میں سے گزرتا ہے۔ اِس لیے
AB اس دائرے کا ایک قطر ہے۔
چونکہ قطر ایک قطعہ خط ہوتا ہے اس لیے
اِس کی پیمائش کی جا سکتی ہے۔
قطر کی پیمائش کے لیے دائرے کا مرکز معلوم ہونا چاہیے۔ تاہم مرکز معلوم نہ ہو تو دائرے
کے قطر کی پیمائش درج ذیل طریقہ سے کیجیے۔
مثلاً ایک روپیہ کا سکہ لیجیے۔ اس کو مندرجہ ذیل شکل کے مطابق مسطر کے کنارے پر
دو سیٹ سکوئروں کے درمیان رکھ کر اس کے قطر کی پیمائش کیجیے۔



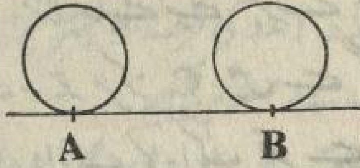
سکہ کا قطر 3 سم ہے۔

9.3 مُحیط کی پیمائش (پہلا طریقہ)

ہم جانتے ہیں کہ دائرہ کی پیمائش کو دائرے کا محیط کہتے ہیں۔ محیط کی پیمائش کرنے کے
لیے دائرے کی شکل کی کوئی چیز لیں۔
مثلا ایک روپیہ کا سکہ
اِس کے کنارے پر کسی ایک جگہ سیاہی کا نشان لگائیں۔ اس کو لکیر دار صفحہ کی سطر کے

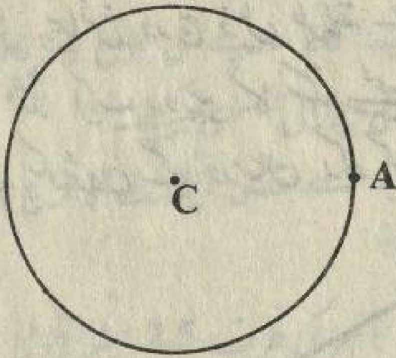
اُوپر اس نشان سے چلانا شروع کریں جس جگہ روپیہ کے کنارہ پر سیاہی کا نشان لگا ہُوا ہے۔

جہاں سیاہی زدہ نشان کاغذ کی لکیر کو چھُوئے گا وہیں کاغذ پر سیاہی کا نشان لگ جائے گا۔ جب سیاہی کا یہی نشان دوبارہ کاغذ کو چھُوئے تو سکّے کو اُٹھالیں۔



اِسی طرح سامنے دی گئی شکل کے مطابق ایک قطعہ خط بن جاتا ہے۔ جس کے سرے سیاہی سے بنے ہُوئے دو نشانات ہیں۔ قطعہ خط AB کی لمبائی دائرے کا محیط ہے۔

دائرے کے محیط کی پیمائش : (دُوسرا طریقہ)

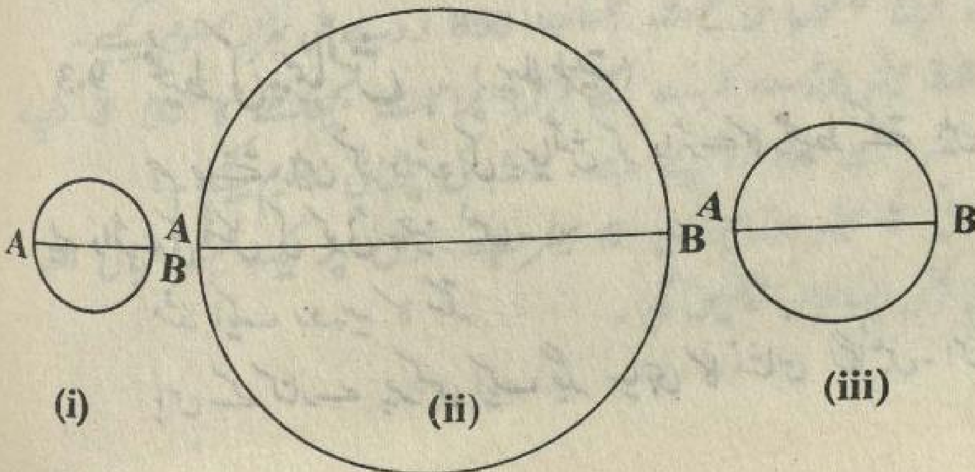


دائرہ کے محیط کی پیمائش کے لیے ہم دائرے پر نقطہ A کے مقام پر پن گاڑتے ہیں۔ اب دھاگہ کے ایک سرا کو پن کے ساتھ باندھ دیتے ہیں اور دھاگے کو دائرے کے ساتھ ساتھ رکھتے جاتے ہیں۔ حتیٰ کہ دھاگہ پھر پن کے مقام پر آ جاتا ہے۔ اس مقام پر ہم دھاگے کو توڑ دیتے ہیں۔

اب دھاگے کو پن سے علیحدہ کر کے اس کے دونوں سروں کے درمیان فاصلہ ماپ لیتے ہیں۔ یہ فاصلہ دائرے کے محیط کے برابر ہو گا۔

9.4 محیط اور قطر کے درمیان نسبت :

سامنے کی اشکال میں تین مختلف دائرے دکھائے گئے ہیں۔



شکل (i) میں دائرے کا قطر 1.4 سم اور محیط 4.4 سم ہے۔

شکل (ii) میں دائرے کا قطر 4.9 سم ہے اور محیط 15.4 سم ہے۔
شکل (iii) میں دائرے کا قطر 2.1 سم اور محیط 6.6 سم ہے۔
اگر ہم ہر دائرے کے محیط اور قطر کے درمیان نسبت معلوم کریں تو

(i) $\frac{4.4}{1.4} = \frac{44}{14} = \frac{22}{7}$

(ii) $\frac{15.4}{4.9} = \frac{154}{49} = \frac{22}{7}$

(iii) $\frac{6.6}{2.1} = \frac{66}{21} = \frac{22}{7}$

مذکورہ نسبت تقریباً $\frac{22}{7}$ یا 3.14 کے برابر ہے۔ اِس نسبت کو علامت ' آ ' سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$\text{آ} = 3.14 = \frac{22}{7} = \frac{\text{دائرے کا محیط}}{\text{دائرے کا قطر}}$$

پس

$$\text{آ} = \frac{\text{دائرے کا محیط}}{\text{دائرے کا قطر}}$$

اس کلیہ کی مدد سے دائرے کا محیط معلوم کیا جا سکتا ہے۔

دائرے کا محیط = دائرے کا قطر × آ

اگر دائرے کا قطر 2r ہو تو

دائرے کا محیط = 2آr

مثال 1 : ایک سکول کی گھنٹی کے قطر کی لمبائی 21 سم ہے۔ اس کا محیط معلوم کیجیے۔

حل : قطر کی لمبائی = 2r = 21 سم

گھنٹی کا محیط = گھنٹی کا قطر × آ = 2r × آ

$= \frac{22}{7} \times 21$

= 66 سم

مثال 2 : ایک پہیئے کا رداس 45 سم ہے۔ بتائیے کہ 100 چکر لگانے میں یہ پہیہ کتنا فاصلہ طے کرے گا۔ جبکہ $\pi = 3.14$

حل : پہیئے کا رداس = r = 45 سم

پہیئے کا قطر = 2r = 2 × 45 = 90 سم

پہیئے کا محیط = $\pi \times 2r$

= 3.14 × 90

= 282.60 سم

پہیہ 1 چکر میں جتنا فاصلہ طے کرتا ہے = 282.60 سم

پہیہ 100 چکروں میں جتنا فاصلہ طے کرتا ہے = 100 × 282.60

= 28260 سم

مثال 3 : ایک دائروی علاقے کی لمبائی 35.2 میٹر ہے۔ اس کے قطر کی لمبائی معلوم کیجیے۔

حل : دائروی علاقے کی لمبائی = دائروی علاقے کا محیط

= 35.2 میٹر

لیکن دائروی علاقے کا محیط = قطر × π

$= \pi \times 2r$

لہٰذا $2r \times \pi = 35.2$

$$2r = \frac{35.2}{\frac{22}{7}} = 35.2 \div \frac{22}{7}$$

$$= 35.2 \times \frac{7}{22}$$

= 11.2 میٹر

مشق 9.2

1 - دائرے سے متعلق ذیل کے خالی خانے پُر کیجیے۔ (پہلے چار سوال زبانی ہیں)

نمبر شمار	π	قطر کی لمبائی $= 2r$	رداس $= r$	محیط $= 2\pi r$
(i)	$\frac{22}{7}$	14 سم		
(ii)	3.14		50 میٹر	
(iii)	$\frac{22}{7}$			88 سم
(iv)	3.14			157 ڈم
(v)	$\frac{22}{7}$	56 ڈم		
(vi)	$\frac{22}{7}$		9.1 میٹر	
(vii)	3.14	25 سم		
(viii)	3.14		15 میٹر	
(ix)	$\frac{22}{7}$			363 میٹر
(x)	3.14			109.9 میٹر

مندرجہ ذیل تمام سوالوں میں $\pi = \frac{22}{7}$ لی جائے۔

2 - 3.5 میٹر لمبے قطر کے چکر کے گرد ایک دفعہ گھومنے میں کتنا فاصلہ طے کرنا پڑے گا؟

3 - 77 سم رداس کے گول میز پوش کے گرد کتنی لمبی جھالر لگے گی؟

4 - ایک ٹائم پیس کی 4.2 سم لمبی منٹ کی سوئی کی نوک ایک گھنٹے میں کتنا فاصلہ طے کرے گی؟

5 - ایک بالٹی کے پیندے پر 1.1 میٹر لمبی پٹی کا کپڑا چڑھایا گیا ہے۔ اس پیندے کے قطر کی لمبائی معلوم کیجیے۔

6 - ایک موٹر کار کا پہیہ ایک چکر میں 2.64 میٹر کا فاصلہ طے کرتا ہے۔ اس کا رداس معلوم کیجیے۔

7 - پانی کی ایک گول ٹینکی کا محیط 23.1 میٹر ہے ۔ اس کے قطر کی لمبائی معلوم کیجیے۔

8 - 440 میٹر کی دوڑ کے لیے کتنے رداس کا گول راستہ بنایا جائے گا ؟

9 - 21 میٹر لمبے قطر کے گول پارک کے گرداگرد تار لگوانے کا خرچ بحساب 45 روپے فی میٹر معلوم کیجیے۔

10 - ایک کنوئیں کا قطر 4.2 میٹر لمبا ہے۔ اس کے گرد 7 ڈم چوڑا چبوترا بنا ہوا ہے۔ بتائیں کنوئیں کا مُنہ ، چبوترے کے بیرونی گھیرے سے کتنے کم ہے ؟

11 - فخر کے سائیکل کا پہیہ 5.6 ڈم لمبے قطر کا ہے۔ سکول سے گھر تک جانے میں پہیہ نے 434 چکر لگائے۔ اس کا گھر سکول سے کتنی دُور ہے ؟

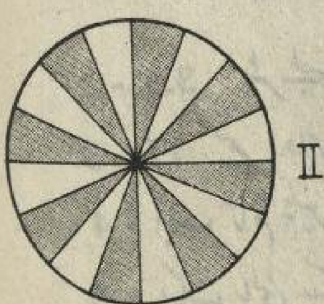
12 - 42 سم رداس کا پہیہ 660 میٹر جانے میں کتنے چکر لگائے گا۔

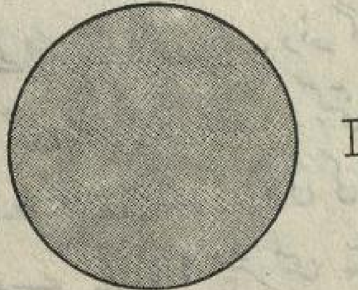
13 - ایک گھوڑے کو سدھاتے وقت 105 میٹر لمبے قطر کے چکر میں 30 منٹ تک دوڑایا گیا اگر گھوڑا ایک منٹ میں 6 چکر کاٹے تو وہ کُل کتنا فاصلہ دوڑے گا ؟

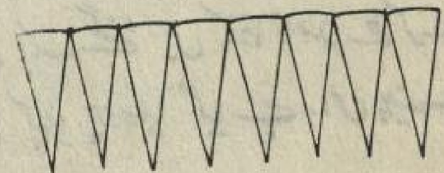
14 - ایک گول میدان کے گرد 6 کلو میٹر فی گھنٹا کی رفتار سے ایک چکر لگانے میں 1 گھنٹا اور 50 منٹ لگتے ہیں۔ اسی میدان کے قطر کی لمبائی معلوم کیجیے۔

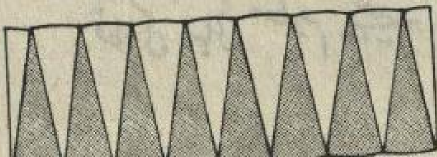
9.5 دائروی علاقے کا رقبہ :

ایک دائروی علاقہ لیں۔ اس کو سولہ برابر حصّوں میں تقسیم کیجیے۔ جیساکہ شکل (ii) میں دکھایا گیا ہے۔ ان سولہ حصوں میں سے آٹھ حصّے سایہ دار اور آٹھ حصّے سفید دکھائے گئے ہیں۔









ان حصّوں کو احتیاط سے کاٹیے جیساکہ شکل (iii) سے ظاہر ہے۔ اب ان حصّوں کو دکھائی گئی شکل (iv) کے مطابق جوڑیے۔ شکل (iv) میں آٹھویں سفید حصّے کو دو برابر حصّوں میں کاٹ کر ایک سفید حصہ شکل (iv) کے شروع میں اور ایک آخر میں لگا دیا گیا ہے۔

شکل (iv) ایک مستطیلی شکل معلوم ہوتی ہے۔ جس کی لمبائی اور چوڑائی معلوم کرنا ہے۔ مستطیل کی لمبائی دائرے کے نصف محیط کے برابر ہوگی اور چوڑائی دائرے کے رداس کے برابر ہوگی۔

اس لیے

دائروی علاقے کا رقبہ = مستطیلی علاقے کا رقبہ

= مستطیل کی لمبائی × مستطیل کی چوڑائی

= دائرے کا نصف محیط × دائرے کا رداس

$$= r \times \left(\frac{2\pi r}{2}\right)$$

$$= \pi r^2$$

پس

دائروی علاقے کا رقبہ = πr^2

مثال 1 : 40 سم رداس کی گول میز کے تختت پر پالش کرانے کا خرچ بحساب 50 روپے فی مُربّع میٹر معلوم کیجیے۔

حل : تختت کا رداس = r = 40 سم = $\frac{40}{100}$ میٹر = 0.4 میٹر

تختت کی سطح کا رقبہ = πr^2 = $3.14 \times (0.4)^2$

= 0.5024 مربع میٹر

1 مُربّع میٹر میز کے تختت پر پالش کرانے کا خرچ = 50 روپے

0.5024 مُربّع میٹر میز کے تختت پر پالش کرانے کا خرچ = 0.5024×50

= 25.1200

= 25.12 روپے

مثال 2 : پھولوں کی ایک گول کیاری کا رقبہ 1.54 مربع میٹر ہے۔ اس کے گرد باڑ لگوانے کا خرچ بحساب 10 روپے فی میٹر بتائیے۔

حل : دائروی کیاری کا رقبہ = 1.54 مربع میٹر

$$1.54 = \pi r^2$$

$$\frac{1.54}{3.14} = r^2$$

$0.49 = r^2$ مربع میٹر

$0.7 = r$ میٹر

قطر کی لمبائی $= 2r$

$= 2 \times 0.7$

$= 1.4$ میٹر

دائروی علاقے کا محیط $= \pi 2r$

$= 3.14 \times 1.4$

$= 4.396$ میٹر

ایک میٹر لمبی باڑ لگوانے کا خرچ = 10 روپے

4.396 میٹر لمبی باڑ لگوانے کا خرچ = 10×4.396

= 43.96 روپے

مشق 9.3

1 - دائروی علاقے کے متعلق ذیل کے خالی خانے پر کیجیے۔ (پہلے چار جزو زبانی ہیں)

دائروی علاقے کا رقبہ $= \pi r^2$	قطر کی لمبائی $= 2r$	رداس $= r$	π	نمبر شمار
		7 سم	$\frac{22}{7}$	(i)
	14 سم		$\frac{22}{7}$	(ii)

نمبر شمار	π	رداس = r	قطر کی لمبائی = 2r	دائروی علاقے کا رقبہ = πr^2
(iii)	3.14	10 ڈم		
(iv)	3.14		15 میٹر	
(v)	$\frac{22}{7}$	2.1 سم		
(vi)	$\frac{22}{7}$		6.3 مم	
(vii)	3.14		45 ڈم	
(viii)	3.14	25 سم		
(ix)	$\frac{22}{7}$			2464 مربع سم
(x)	$\frac{22}{7}$			616 مربع میٹر
(xi)	3.14			28.26 مربع مم
(xii)	3.14			12.56 مربع ڈم

2 - طارق کی کوٹھی میں 3.5 میٹر رداس کی گول کیاری میں پھول لگے ہوئے ہیں۔ کیاری کا رقبہ معلوم کیجیے۔ جبکہ $\pi = \frac{22}{7}$

3 - فخر کے باغ میں 6.3 میٹر لمبے قطر کا گول تالاب بنا ہوا ہے۔ اس تالاب کے فرش کا رقبہ دریافت کیجیے۔

4 - 20 میٹر رداس کے گول پارک میں گھاس لگانے کا خرچ بحساب 13 روپے فی مربع میٹر معلوم کیجیے۔ جبکہ $\pi = 3.14$

5 - ایک گول چبوترے کے قطر کی لمبائی 63 ڈم ہے۔ اس کے فرش کی مرمت کرانے کا خرچ بحساب 10 روپے فی مربع میٹر معلوم کیجیے۔ جبکہ $\pi = \frac{22}{7}$

6 - 25 میٹر رداس کے گول میدان کو ہموار کرانے پر 8 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے کیا لاگت آئے گی ؟ ($\pi = 3.14$)

7 - ایک مینار پر کھڑے ہو کر 1.75 کلومیٹر تک چاروں طرف کی چیزیں دکھائی دیتی ہیں۔ بتائیے مینار پر سے کل کتنے علاقے کی چیزیں دیکھی جا سکتی ہیں؟ ($\pi = \frac{22}{7}$)

8 - 28 میٹر رداس کے ایک گول میدان میں گھاس لگوائی گئی۔ اس گھاس کا وزن معلوم کیجیے۔ جبکہ ایک کلوگرام گھاس 14 مُربّع میٹر میں لگتی ہو۔ ($\pi = \frac{22}{7}$)

9 - 30 میٹر رداس کے گول باغ میں کھاد ڈلوانے کا خرچ بحساب 16 روپے فی مربع میٹر معلوم کیجیے۔ ($\pi = 3.14$)

10 - لوہے کی ایک چادر کا وزن 0.7 کلوگرام فی مربّع ڈیسی میٹر ہے۔ اس چادر سے بنے ہُوئے 3 ڈیسی میٹر قطر کے توے کا وزن معلوم کیجیے۔ جبکہ $\pi = \frac{22}{7}$

11 - اک گول سکّے میں ایک طرف سے مستوی سطح کا رقبہ $38\frac{1}{2}$ مربّع سم ہے۔ اس سکّے کا رداس معلوم کیجیے۔ جبکہ $\pi = \frac{22}{7}$

12 - پان رکھنے والی تھالی کی اندرونی مستوی سطح کا رقبہ $2\frac{13}{32}$ مربّع ڈیسی میٹر ہے۔ اس کا رداس بتائیے۔ $\pi = \frac{22}{7}$

13 - 1256 مُربّع میٹر رقبہ میں پھیلے ہُوئے ایک گول پارک کے قطر کی لمبائی معلوم کیجیے۔ جبکہ ($\pi = 3.14$)

14 - ایک دائروی علاقے کا محیط 157 سم ہے۔ اس کا رقبہ معلوم کیجیے۔ ($\pi = 3.14$)

15 - ایک دائروی علاقے کا رقبہ 616 مربع میٹر ہے۔ اس کا محیط معلوم کیجیے۔ ($\pi = \frac{22}{7}$)

16 - ایک مستطیل کھیت کا طول 28 میٹر اور عرض 22 میٹر ہے۔ اگر اس کھیت کے بدلے اتنے ہی رقبے کا گول کھیت لیا جائے تو اس کھیت کا رداس کیا ہوگا؟ ($\pi = \frac{22}{7}$)

17 - 15 میٹر اور 36 میٹر لمبے قطروں کے دو دائروی علاقوں کے بدلے کتنے رداس کا ایک گول علاقہ مل سکتا ہے۔ ($\pi = \frac{22}{7}$)

18 - 42 سم اور 49 سم رداسوں کے دو ہم مرکز دائروں کے درمیانی علاقے کا رقبہ معلوم کیجیے۔ ($\pi = \frac{22}{7}$)

9.6 مکعب اور مکعب نما کے حجم کے مسائل :

چھٹی جماعت میں ہم پڑھ چکے ہیں کہ ایک مجسّم سے گھری ہُوئی جگہ اس کا حجم کہلاتی ہے۔

مکعب نما کا حجم = لمبائی × چوڑائی × بلندی

اور مکعب کا حجم = کِنارہ × کِنارہ × کِنارہ

مکعب اور مکعب نما کا حجم معلوم کرنے کے لیے دی گئی مثالوں پر غور کیجیے۔

مثال 1 : 45 سم لمبے کنارے کا مکعب صندوق ایک سم موٹی لکڑی سے بنا ہُوا ہے۔ لکڑی کا حجم معلوم کیجیے۔

حل :

صنُدوق کی لمبائی = 45 سم

صنُدوق کی چوڑائی = 45 سم

صنُدوق کی اُونچائی = 45 سم

باہر سے صنُدوق کا حجم = 45 × 45 × 45

= 91125 مکعب سم

اندر سے صندوق کی لمبائی = 2 - 45

= 43 سم

اندر سے صنُدوق کی چوڑائی = 2 - 45

= 43 سم

اندر سے صنُدوق کی اونچائی = 2 - 45

= 43 سم

اندر سے صنُدوق کا حجم = 43 × 43 × 43

= 79507 مکعب سم

صنُدوق میں لگی لکڑی کا حجم = 91125 - 79507

= 11618 مکعب سم

کنارا : جہاں دو پہلو ملتے ہیں اسے مکعب یا مکعب نما کا کنارہ کہتے ہیں۔

مثال 2 : کھاد کا ایک ڈھیر 5 میٹر لمبے کنارے کا مکعب ہے اگر ایک چھکڑا ایک چکر میں $6\frac{1}{4}$ مکعب میٹر کھاد لے جائے تو کھاد کا ڈھیر اٹھانے میں کتنے چکر لگیں گے۔
(جبکہ چھکڑا ہر چکر میں کھاد برابر مقدار میں لے جائے گا)۔

حل : کھاد کے ڈھیر کی جسامت $= 5 \times 5 \times 5 = 125$ مکعب میٹر

ایک چھکڑا $\frac{25}{4}$ مکعب میٹر کھاد لے جاتا ہے $= 1$ چکر میں

1 مکعب میٹر کھاد لے جائے گا $= 1 \div \frac{25}{4}$

$= 1 \times \frac{4}{25}$

125 مکعب میٹر کھاد لے جائے گا $= 125 \times \frac{4}{25}$

$= 20$ چکروں میں

مشق 9.4

1 - لکڑی کا ایک صندوق 35 سم لمبے کنارے کا مکعب ہے۔ اس کے اندر کتنی ہوا سمائے گی جبکہ اس کی لکڑی کی موٹائی $1\frac{1}{3}$ سم ہو؟

2 - 10 میٹر لمبے کنارے کے مکعب شکل گڑھے کی مٹی کو ایک ٹرک کتنے پھیروں میں لے جائے گا جبکہ ایک پھیرے میں $12\frac{1}{2}$ مکعب میٹر مٹی جاتی ہے۔

3۔ لکڑی کے ایک مکعب صندوق کا اندرونی کنارہ 40 سم لمبا ہے۔ وہ کتنی جگہ گھیرے گا۔ جبکہ اس میں لکڑی کی موٹائی ایک سم ہو۔

4 - 15 میٹر لمبے کنارے کے مکعب حوض میں کتنی مشکیں نکالنے سے پانی کی سطح ایک میٹر نیچی ہو جائے گی۔ جبکہ ایک مشک میں $\frac{1}{2}$ مکعب میٹر پانی آتا ہے۔

5 - ایک اٹیچی کیس $\frac{1}{2}$ سم موٹے چمڑے کا بنا ہوا ہے۔ اگر وہ باہر سے 41 سم لمبا، 26 سم چوڑا اور 16 سم اونچا ہو، تو اس کی اندرونی جسامت اور اس میں لگے ہوئے چمڑے کا حجم معلوم کیجیے۔

6 - 50 سم لمبے، 30 سم چوڑے اور 10 سم موٹے لکڑی کے ایک ٹکڑے میں سے 5 سم

لبے کنارے کے کتنے مکعب بلاک کاٹے جا سکتے ہیں۔

7. لوہے کی ایک تجوری 25 سم لبے کنارے کا مکعب ہے۔ اگر اس میں لگے ہوئے لوہے کی موٹائی 2 سم ہو تو تجوری کا وزن معلوم کیجیے جبکہ اس میں لگے ہُوئے ایک مکعب سم لوہے کا وزن 20 گرام ہو۔"

8. ایک دیوار 20 میٹر لبی ، 4 میٹر اُونچی اور 0.5 میٹر موٹی ہے۔ اس میں کتنی اینٹیں لگیں گی جبکہ ہر ایک اینٹ $5 \times 10 \times 20$ مکعب سم ہو۔

9. چاول رکھنے کی ایک مکعب پیٹی کا کِنارہ 24 سم لمبا ہے۔ اگر اس پیٹی میں لگی ہُوئی چادر کی موٹائی 5 ملی میٹر ہو تو اس کی قیمت بحساب 0.75 روپے فی مکعب سم معلوم کیجیے۔

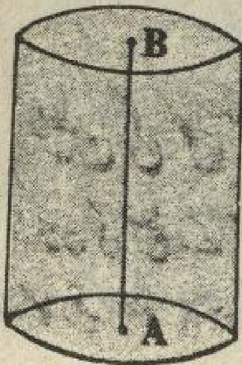
10. ایک حوض 16 میٹر لمبا ، 12 میٹر چوڑا اور $2\frac{1}{2}$ میٹر گہرا ہے۔ اس کی ایک نالی میں سے ایک منٹ میں 15 مکعب میٹر پانی خارج ہو سکتا ہے۔ یہ نالی بھرے ہُوئے حوض کو کتنی دیر میں خالی کرے گی ؟

11. بستروں کو رکھنے والی ایک پیٹی کے کنارے 81 سم ، 61 سم اور 41 سم ہیں اور اس میں لگی ہُوئی چادر 5 ملی میٹر موٹی ہے۔ اس کی قیمت بحساب 25 روپے فی کلوگرام معلوم کیجیے۔ جبکہ ایک مکعب سم چادر کا وزن 16 گرام ہو۔

12. ایک عیدگاہ کی 80 میٹر لبی ، 1.2 میٹر اُونچی اور 25 سم موٹی چار دیواری میں کتنی اینٹیں لگیں گی جبکہ ہر ایک اینٹ $5 \times 10 \times 20$ مکعب سم ہو۔ اگر اینٹوں کا بھاؤ 640 روپے فی ہزار ہو تو اینٹوں کی قیمت بھی معلوم کیجیے۔

9.7 بیلن کا تصوّر :

گول مستوی ، تارکول کے ڈرم ، گھی کے ڈبّے کی شکل کے اجسام کو جیومیٹری میں بیلن کہتے ہیں۔ چونکہ بیلن کا قاعدہ ایک دائروی علاقہ ہوتا ہے۔ اس لیے بیلن کو دائروی بیلن بھی کہتے ہیں۔ بیلن کا کوئی سیدھا کنارہ نہیں ہوتا۔

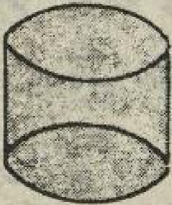


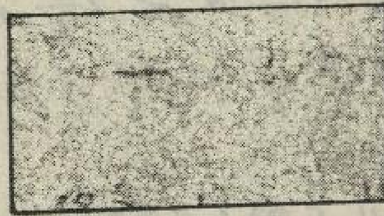
سامنے دی گئی شکل پر غور کرنے سے پتہ چلتا ہے کہ اس کی سطح تین حصوں پر مشتمل ہے۔ ایک حصّہ منحنی اور باقی دو

حصے دائروی علاقوں کی مانند ہیں۔ یہ دائروی علاقے ایک ہی رداس کے ہوتے ہیں۔
بیلن کے منحنی حصے کی لمبائی کو بیلن کی لمبائی یا بلندی کہتے ہیں۔ اسے ہم 'h' سے ظاہر کریں گے جبکہ دائروی علاقے کے رداس کو 'r' سے

9.8 بیلن کی منحنی سطح کا رقبہ :

ہم پڑھ چکے ہیں کہ بیلن کی ایک سطح منحنی ہوتی ہے۔ آئیے اب ہم اس منحنی سطح کا رقبہ معلوم کرنے کا کلیہ دریافت کریں۔
ایک کھوکھلا بیلن لیں۔ اس کو اونچائی کے رخ کاٹ کر پھیلائیں۔





ہم دیکھتے ہیں کہ بیلن کی منحنی سطح ایک مستطیل کی شکل اختیار کر لیتی ہے۔
مستطیل کی لمبائی = بیلن کے قاعدے کا محیط
مستطیل کا عرض = بیلن کی بلندی
مستطیل کا رقبہ = مستطیل کی لمبائی × مستطیل کی چوڑائی
بیلن کی منحنی سطح کا رقبہ = مستطیل کا رقبہ

= مستطیل کی لمبائی × مستطیل کی چوڑائی
= بیلن کے قاعدے کا محیط × بیلن کی بلندی

$= 2\pi r \times h$

$= 2\pi rh$

9.9 بیلن کی کل سطح کا رقبہ :

بیلن کی سطح کے تین حصے ہوتے ہیں۔ ایک منحنی اور دو دائروی۔ دائروی حصوں میں سے ہر ایک کا رقبہ πr^2 ہوتا ہے۔

بیلن کی سطح کا کل رقبہ = دو دائروی حصوں کا رقبہ + بیلن کی منحنی سطح کا رقبہ

$$= 2\pi rh + (\pi r^2 + \pi r^2)$$

$$= 2\pi rh + 2\pi r^2$$

$$= 2\pi r(h + r)$$

مثال 1 : لوہے کی چادر کے اس ٹکڑے کی سطح کا رقبہ معلوم کیجیے جو 10.5 سم رداس کی 4 میٹر لمبی نالی بنانے میں کام آئے گی۔

حل :

$r = 10.5$ سم

$h = 4$ میٹر

$= 400$ سم

بیلن کی منحنی سطح کا رقبہ $= 2\pi rh$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 10.5 \times 400$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{105}{10} \times 400$$

$$= 2 \times 22 \times 15 \times 40$$

$= 26400$ مربع سم

مثال 2 : ایک بیلن کے قاعدے کا رداس 10 سم ہے۔ اس کی سطح کا کُل رقبہ معلوم کیجیے۔ جبکہ اس کی لمبائی 15 سم ہو۔

حل : پہلا طریقہ :

$r = 10$ سم

$h = 15$ سم

بیلن کی منحنی سطح کا رقبہ $= 2\pi rh$

$$= 2 \times 3.14 \times 10 \times 15$$

$= 942$ مربع سم

دائروی علاقے کا رقبہ $= \pi r^2$

$$= 3.14 \times (10)^2$$

$= 314$ مربع سم

بیلن کی کل سطح کا رقبہ = (دائروی علاقے کا رقبہ) × 2 + بیلن کی منحنی سطح کا رقبہ

$= 2\pi rh + 2\pi r^2$

$= 942 + 2 \times 314$

$= 942 + 628$

= 1570 مربع سم

دوسرا طریقہ :

r = 10 سم

h = 15 سم

بیلن کی کل سطح کا رقبہ $= 2\pi r(r + h)$

$= 2 \times 3.14 \times 10\,(10 + 15)$

$= 2 \times 3.14 \times 10 \times 25$

= 1570 مربع سم

مشق 9.5

1 - بیلن سے متعلق ذیل کے نقشے کی خانہ پُری کیجیے۔ (جبکہ $\pi = \frac{22}{7}$)

نمبر شمار	رداس = r	قطر کی لمبائی = 2r	بلندی = h	منحنی سطح کا رقبہ $2\pi rh =$	کل سطح کا رقبہ $2\pi r(r+h) =$
(i)	7 سم		12 سم		
(ii)		10.5 سم	16 سم		
(iii)	15 ڈم		14 ڈم		
(iv)		12 میٹر	21 میٹر		

2 - لکڑی کا ایک بیلن 14 سم اُونچا ہے۔ اگر اس کے قاعدے کا رداس 5 سم ہو، تو اس کی منحنی سطح

کا رقبہ معلوم کیجیے۔ ($\pi = \frac{22}{7}$)

3- ایک نلکی کی لمبائی 21 سم ہے اور اس کا اندرونی رداس 2 سم ہے۔ اس کی اندرونی سطح کا رقبہ دریافت کیجیے۔ (جبکہ $\pi = \frac{22}{7}$)

4- لکڑی کا ایک بیلن نما گملا 3.5 ڈم اُونچا ہے اور اس کے قطر کی لمبائی 15 سم ہے۔ اس کی منحنی سطح پر رنگ کرانے کا خرچ بحساب 4 پیسے فی مُربع سم معلوم کیجیے جبکہ ($\pi = \frac{22}{7}$)

5- ایک ستون کے قطر کی لمبائی ایک میٹر اور اونچائی 3.5 میٹر ہے اور اس کی منحنی سطح پر روغن کرانے کا خرچ بحساب 5 روپے فی مربع میٹر معلوم کیجیے۔ ($\pi = \frac{22}{7}$)

6- ایک کنویں کے اندرونی قطر کی لمبائی 4 میٹر ہے۔ اس کی دیوار پر 21 میٹر گہرائی تک سیمنٹ کرانے کا خرچ بحساب 25 روپے فی مربع میٹر معلوم کیجیے۔

7- ایک بیلن شکل کے کُھلے حوض کا رداس 10 میٹر اور گہرائی 4 میٹر ہے۔ اس کی دیواروں اور فرش پر سفیدی کرانے کا خرچ بحساب 4 روپے فی مربع میٹر معلوم کیجیے۔ ($\pi = 3.14$)

8- پٹرول کی بیلن شکل بند ٹینکی کا اندرُونی رداس 4.2 میٹر اور گہرائی 5 میٹر ہے۔ اس کے اندر سب طرف پالش کرانے کا خرچ بحساب 7.50 روپے فی مُربع میٹر معلوم کیجیے۔ ($\pi = \frac{22}{7}$)

9.10 بیلن کا حجم :

اب ہم بیلن کے حجم کا کلیہ معلوم کرتے ہیں۔

1- ایک سم بلندی کا ایک بیلن لیا جس کے قاعدے کا رداس 'r' سم ہو۔ اس کے قاعدے کا رقبہ r^2 π مربع سم ہوگا۔ یعنی اس بیلن کی تہ میں ایک سم ضِلع کے r^2 π مربع سما سکتے ہیں جن میں سے ہر ایک کی بلندی 1 سم ہوگی۔

اس لیے اس بیلن میں ایک سم کنارے کے r^2 π مکعب سما سکتے ہیں۔

یعنی اس کا حجم = r^2 π مکعب سم ہوگا۔

2- ایسے دو بیلن اوپر نیچے رکھنے سے ان کی کُل بلندی 2 سم ہوگی اور حجم

r^2 π 2 مکعب سم

3- ایسے تین بیلن اوپر نیچے رکھنے سے ان کی بلندی 3 سم ہوگی اور حجم

r^2 π 3 مکعب سم

اِس قسم کی چند اور مثالوں سے ہم اِس نتیجے پر پہنچتے ہیں کہ

بیلن کا حجم = بلندی × رداس × رداس × π

$= h \times r \times r \times \pi$

$= \pi r^2 h$

'h' بیلن کی بلندی کو ظاہر کرتا ہے۔

مثال 1 : ایک بیلن کی لمبائی 21 سم اور قاعدے کا رداس 5 سم ہے۔ بیلن کا حجم معلوم کیجیے۔ جبکہ $(\pi = \frac{22}{7})$

حل :

قاعدے کا رداس = r = 5 سم

بیلن کی بلندی = h = 21 سم

بیلن کا حجم = بلندی × رداس × رداس × π = $\pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times 5 \times 5 \times 21$

= 1650 مکعب سم

مشق 9.6

1 - بیلن سے متعلق ذیل کے نقشے میں خالی خانے پُر کیجیے $(\pi = \frac{22}{7})$

	رداس = r	قطر کی لمبائی = 2r	لمبائی / بلندی = h	حجم = $\pi r^2 h$
(i)	5 مم		14 مم	
(ii)	6 سم		21 سم	
(iii)	3.5 ڈم		36 ڈم	
(iv)	10.5 میٹر		40 میٹر	
(v)		15 سم	28 سم	
(vi)		21 ڈم	60 ڈم	

2- ایک زراعتی فارم میں چارہ رکھنے کے لیے ایک بیلن نُما کمرے کے قطر کی لمبائی 16 ڈم اور بلندی 25 ڈم ہے۔ بتائیے اس کمرے میں کتنا چارہ آئے گا۔ ($\pi = 3.14$)

3- ہمارے سکول کے سائنس روم کے اُوپر پانی کی ایک گول ٹینکی ہے۔ اگر اس کے قطر کی لمبائی 2.1 میٹر اور اونچائی 1.8 میٹر ہو تو اس میں کُل کتنا پانی آ سکتا ہے۔ جبکہ ($\pi = \frac{22}{7}$)

4 2 کلومیٹر لمبی گول نالی کے قطر کی لمبائی 3.5 سم ہے بتائیے اس میں کتنے مکعب میٹر پانی بھر سکتا ہے۔ ($\pi = \frac{22}{7}$)

5- اگر 7 میٹر گہرے سلنڈر نما گڑھے کے مُنہ کا رداس 2 میٹر ہو تو اِسے بھرنے کے لیے کتنے مکعب میٹر مٹی ڈلوانا ہو گی؟

6- 5 سم لمبے قطر کی گول نالی میں سے 10 میٹر فی سیکنڈ کی رفتار سے پانی بہہ رہا ہے۔ اس میں سے ایک گھنٹے میں کتنا پانی بہے گا؟ ($\pi = 3.14$)

7- پٹرول کی 14 ڈم گہری گول ٹینکی کا رداس 6 ڈم ہے۔ اس میں کتنے لٹر پٹرول آ سکتا ہے جبکہ ایک مکعب ڈم جگہ میں ایک لٹر پٹرول آتا ہو؟ ($\pi = \frac{22}{7}$)

8- ایک تانگے کے پہیئے کے بیلن نُما دُھرے کی لمبائی 2 میٹر ہے اور رداس 3.6 سم ہے۔ دُھرے کا وزن معلوم کیجیے۔ جبکہ اس میں لگے ہُوئے ایک مکعب ڈم لوہے کا وزن 1 کلوگرام ہو۔ ($\pi = 3.14$)

9- ایک ٹیوب ویل کی نالی کا رداس 42 سم ہے۔ اس کو 100 میٹر گہرا لے جانے کا خرچ بحساب 250 روپے فی مکعب میٹر معلوم کریں جبکہ ($\pi = \frac{22}{7}$)

10- ایک کنوئیں کے قطر کی لمبائی 3.5 میٹر اور گہرائی 40 میٹر ہے۔ اس کی کھدائی پر 150 روپے فی مکعب میٹر کے حساب سے کیا لاگت آئے گی جبکہ ($\pi = \frac{22}{7}$)

باب 10

گراف

پانچویں جماعت میں ہم نے بارگراف اور خطی گراف کو پڑھنا سیکھا۔ چھٹی جماعت میں ہم نے بارگراف اور خطی گراف کو پڑھنا اور نتائج اخذ کرنا سیکھا۔ اس جماعت میں ہم بارگراف، خطی گراف، جڑواں پٹیاں اور پائی گراف کو پڑھنا اور نتائج اخذ کرنا سیکھیں گے۔گراف کا مقصد دیے ہُوئے اعداد و شمار کے درمیان باہمی تعلق کو واضح کرنا ہوتا ہے۔ گراف کو خوبصورت بنانے کے لیے ہدایات مندرجہ ذیل ہیں:

(i) ایسی سکیل لینی چاہیے جس سے اعداد و شمار کو گراف کی شکل میں آسانی سے ظاہر کیا جاسکے۔
(ii) ہر محور (افقی یا راسی) کے ساتھ جو چیز دکھاتا ہو اُسے ساتھ لکھا جائے۔
(iii) گراف کا مناسب عنوان اس کے شروع میں لکھنا چاہیے۔

10.1 بارگراف:

مثال 1: ایک سکول میں پہلی جماعت میں طلبہ کی تعداد 60 ہے۔ جبکہ دوسری جماعت میں 55، تیسری جماعت میں 50، چوتھی جماعت میں 45 اور پانچویں جماعت میں 40 طلبہ پڑھتے ہیں۔ مختلف جماعتوں میں طلبہ کی تعداد کو بذریعہ راسی بارگراف ظاہر کیجیے۔

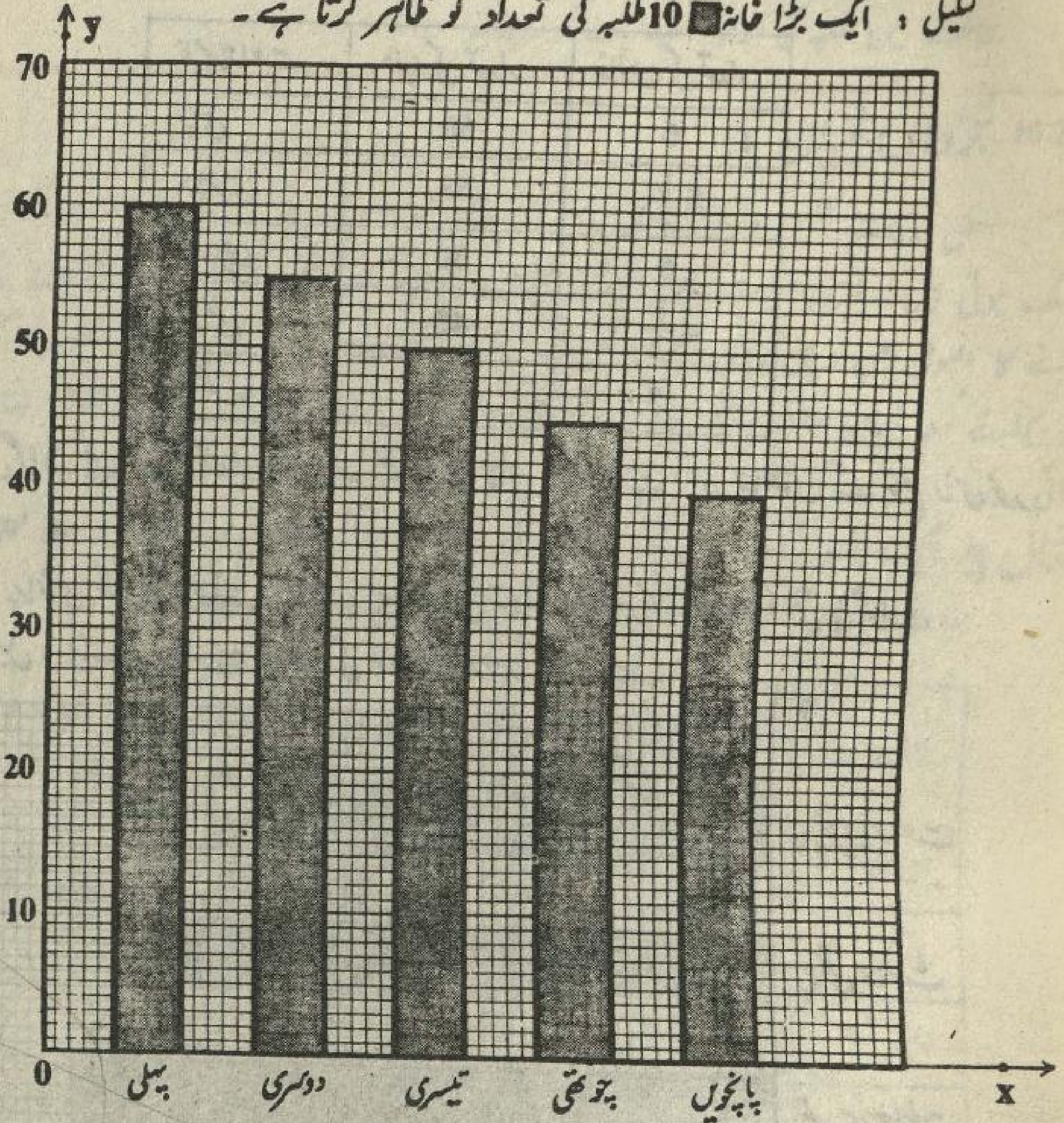
حل: اگر ایک بڑا خانہ 10 طلبہ کی تعداد کو ظاہر کرے تو دی گئی طلبہ کی تعداد کا جدول مندرجہ ذیل ہے۔

نام جماعت	طلبہ کی تعداد	خانوں کی تعداد
پہلی	60	6
دوسری	55	$5\frac{1}{2}$
تیسری	50	5
چوتھی	45	$4\frac{1}{2}$
پانچویں	40	4

اس گراف میں جماعتوں کے نام اُفقی محور 'ox' پر ظاہر کیے گئے ہیں۔ جبکہ طلبہ کی تعداد راسی محور 'oy' پر۔

پرائمری سکول میں طلبہ کی تعداد بذریعہ راسی گراف

سکیل : ایک بڑا خانہ 10 طلبہ کی تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔



(i) پہلی جماعت میں طلبہ کی تعداد کو ظاہر کرنے والی پٹی کی لمبائی سب سے زیادہ ہے۔
اس لیے اس جماعت میں طلبہ کی تعداد سب سے زیادہ ہے۔

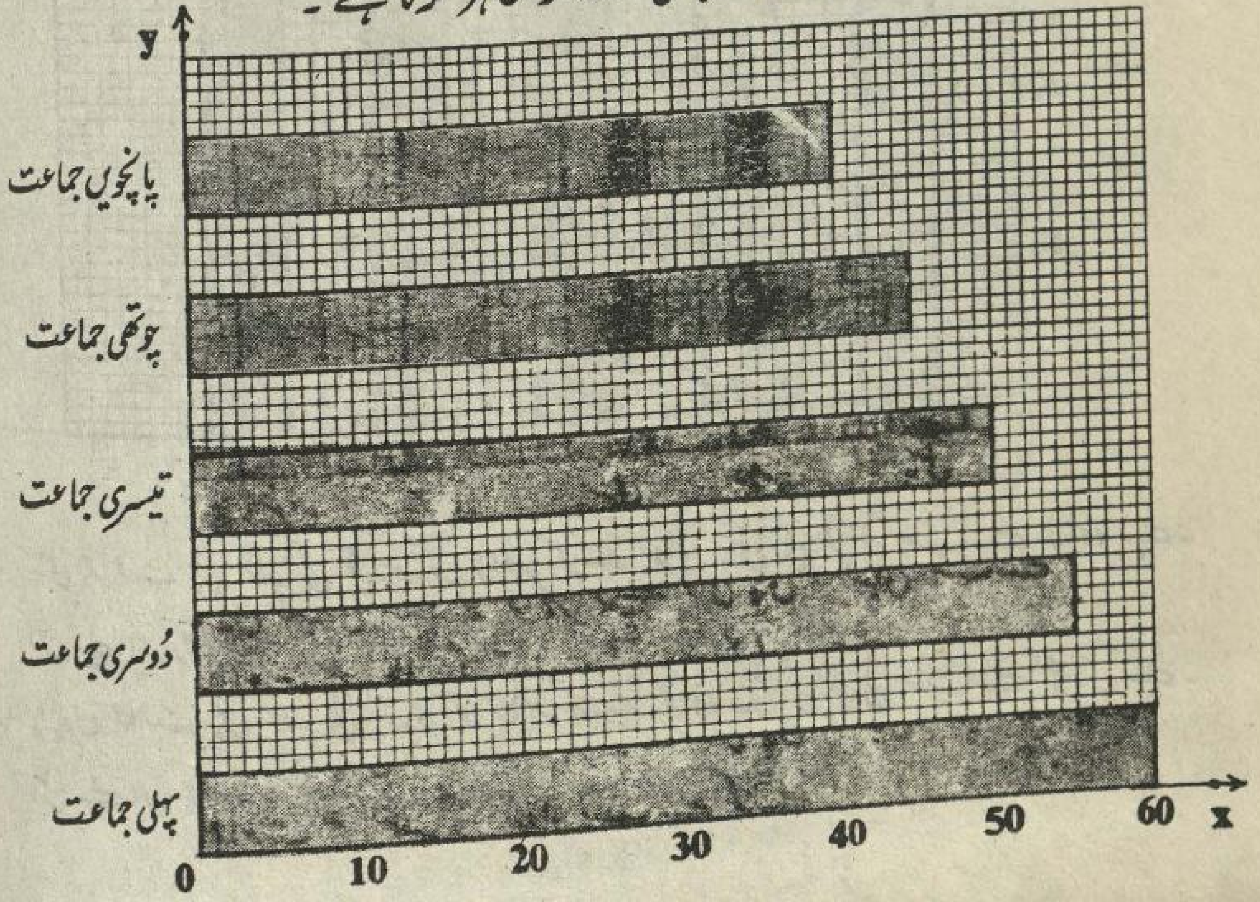
(ii) پانچویں جماعت میں طلبہ کی تعداد کو ظاہر کرنے والی پٹی کی لمبائی سب سے چھوٹی ہے۔
اس لیے اس جماعت میں طلبہ کی تعداد سب سے کم ہے۔

مثال 2 : مثال 1 میں دی گئی طلبا کی تعداد کو بذریعہ اُفقی بارگراف ظاہر کیجیے۔
حل : اگر ایک بڑا خانہ □ 10 طلبا کی تعداد کو ظاہر کرے تو مثال 1 میں دی گئی طلبا کی تعداد کا جدول مندرجہ ذیل ہوگا۔

نام جماعت	طلبا کی تعداد	خانوں کی تعداد
پہلی	60	6
دوسری	55	$5\frac{1}{2}$
تیسری	50	5
چوتھی	45	$4\frac{1}{2}$
پانچویں	40	4

اس گراف میں طلبا کی تعداد افقی محور 'ox' پر ظاہر کی گئی ہے۔ اور جماعتوں کے نام راسی محور 'oy' پر۔

پرائمری سکول کی مختلف جماعتوں میں طلبا کی تعداد کو ظاہر کرتے والا اُفقی بارگراف
سکیل : ایک بڑا خانہ ▣ 10 طلبا کی تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔



(i) پہلی جماعت میں طلبہ کی تعداد کو ظاہر کرنے والی پٹی سب سے لمبی ہے۔ اس لیے اس جماعت میں طلبا کی تعداد سب سے زیادہ ہے۔

(ii) پانچویں جماعت میں طلبہ کی تعداد کو ظاہر کرنے والی پٹی سب سے چھوٹی ہے۔ اس لیے اس جماعت میں طلبہ کی تعداد سب سے کم ہے۔

10.2 جُڑواں پٹّیاں :

بعض اوقات ہمیں دو ایسی مقداروں کا مقابلہ کرنا ہوتا ہے جو ایک دُوسرے کے ساتھ منسلک ہوتی ہیں۔ ایسی صورت میں ان کو جڑواں پٹیوں سے ظاہر کرتے ہیں۔ جڑواں پٹیاں بنانے کا اصول بھی وہی ہے جو کہ بارگراف بنانے کے لیے ہے۔ فرق صرف اتنا ہے کہ ایک کی بجائے دو پٹیاں ساتھ ساتھ بنائی جاتی ہیں۔ اس کی وضاحت مندرجہ ذیل مثال سے کی جاتی ہے۔

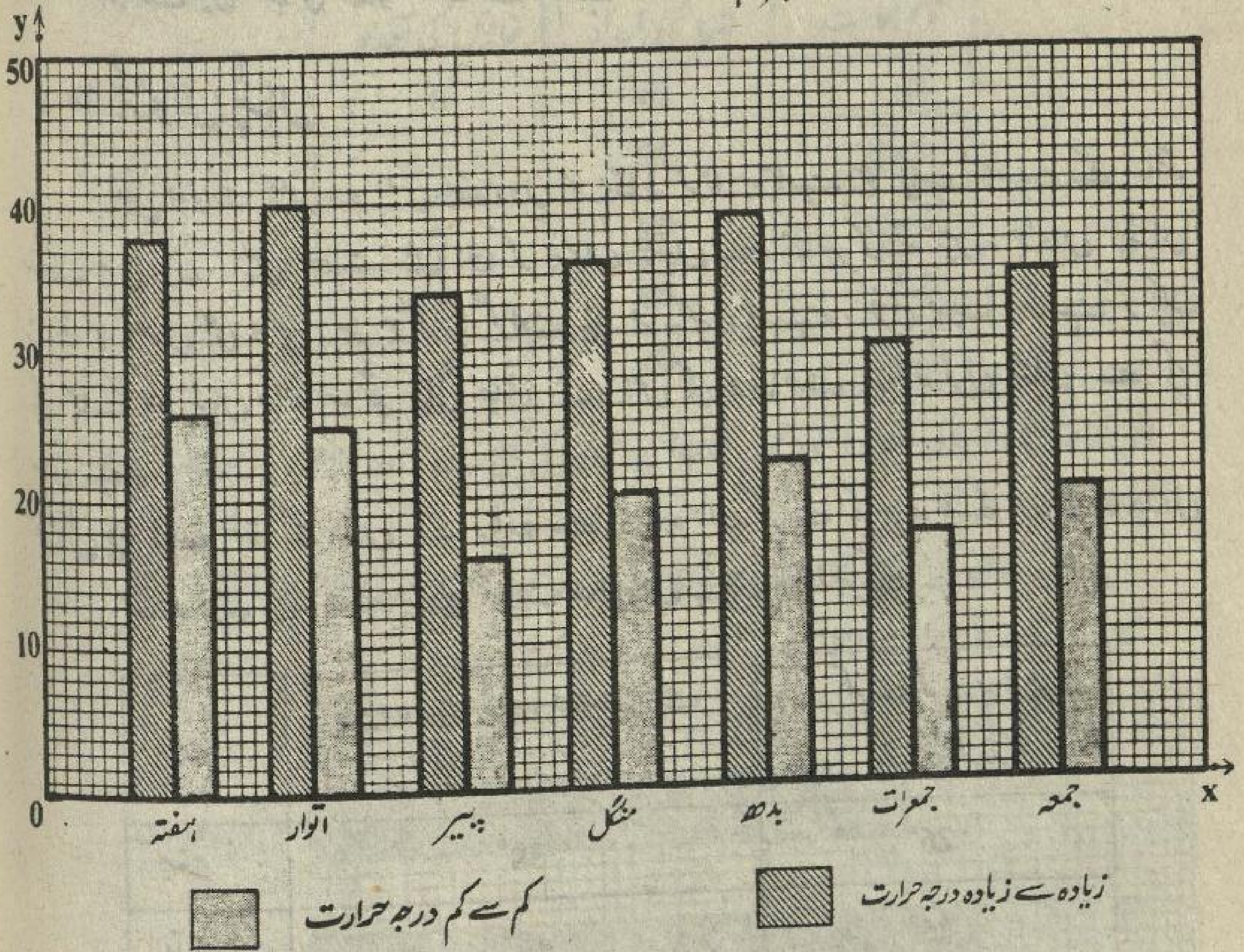
مثال 3 ایک ہفتہ کے دنوں کے زیادہ سے زیادہ اور کم سے کم درجہ ہائے حرارت کا جدول مندرجہ ذیل ہے۔ اسے بذریعہ گراف (جڑواں پٹّیاں) ظاہر کیجیے۔

دن	زیادہ سے زیادہ درجہ حرارت (سینٹی گریڈ میں)	کم سے کم درجہ حرارت (سینٹی گریڈ میں)
ہفتہ	38°	26°
اتوار	40°	25°
پیر	34°	16°
منگل	36°	20°
بُدھ	39°	22°
جمعرات	30°	17°
جمعہ	35°	20°

حل : اس گراف میں دنوں کو اُفقی محور 'ox' پر ظاہر کیا گیا ہے اور درجہ حرارت کے کم یا زیادہ ہونے کو راسی محور 'oy' پر۔

ہفتہ کے مختلف دنوں میں درجہ حرارت میں کمی اور زیادتی کا جڑواں پٹیوں کا گراف۔

سکیل گراف سے ظاہر ہے۔



10.3 خطی گراف / لائن گراف :

خطی گراف یا لائن گراف ایک ایسا گراف ہے جس میں دیے ہوئے اعداد و شمار کو نقاط سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ پھر ان نقاط کو سلسلہ وار قطعاتِ خط سے ملا دیا جاتا ہے۔

اعداد و شمار میں کمی بیشی گراف میں خطوط کے جھکاؤ اور اُبھار سے ظاہر ہوتی ہے۔ جسے ہر کوئی نہ صرف پہچان سکتا ہے بلکہ اعداد و شمار کا جائزہ بھی لے سکتا ہے۔

عام طور پر یہ گراف کسی مُلک، جگہ یا ایک ہی چیز کے متعلق مختلف اوقات میں اعداد و شمار

ظاہر کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔

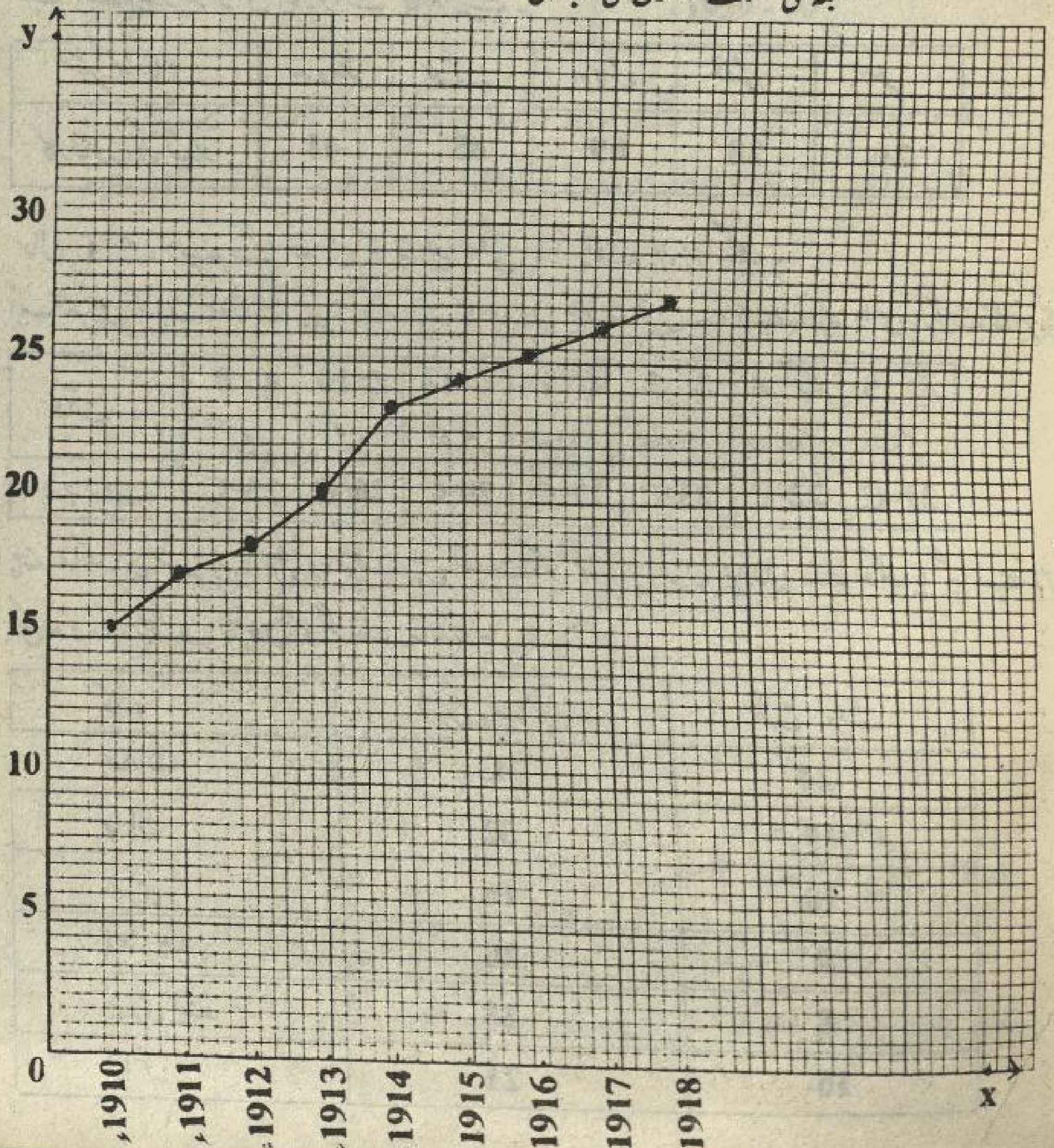
مثال 4 : ایک قصبہ کی مختلف سالوں میں آبادی کا جدول مندرجہ ذیل ہے۔

سال	1910ء	1911ء	1912ء	1913ء	1914ء	1915ء	1916ء	1917ء	1918ء
آبادی ہزاروں میں	15	17	18	20	23	23	25	26	27

دی گئی آبادی کو بذریعہ خطی گراف ظاہر کیجیے۔

حل : اس گراف میں سالوں کو اُفقی محور 'ox' پر ظاہر کیا گیا ہے۔ جبکہ آبادی کو راسی محور 'oy' پر۔ سکیل گراف سے ظاہر ہے۔

قصبہ کی مختلف سالوں کی آبادی



دونوں محوروں پر سکیل منتخب کرنے کے بعد سال 1910ء اور آبادی 15 ہزار کو ظاہر کرنے والے نقاط کو لیا گیا پھر ان نقاط میں سے گزرنے والے خطوط نے جہاں ایک دوسرے کو قطع کیا اُسے نشان '0' سے ظاہر کیا۔ اسی طرح باقی ماندہ سالوں اور آبادی کے لیے نشانات لگائیے۔ ان تمام نشانات سے ترتیب وار خط کھینچے جس سے پچھلے صفحہ پر دیا گیا گراف حاصل ہُوا۔

مشق 10.1

1 - پنجاب کے پانچ مختلف شہروں میں قائم کیے گئے کارخانوں کے اعداد و شمار کا جدول مندرجہ ذیل ہے اِسے بذریعہ راسی بارگراف ظاہر کیجیے۔

شہر کا نام	بہاولنگر	جھنگ	اوکاڑہ	قصور	جہلم
کارخانوں کی تعداد	41	45	69	28	26

2 - سوال 1 میں دیئے گئے جدول کو بذریعہ افقی بارگراف ظاہر کیجیے۔

3 - ایک شہر میں مختلف اوقات میں درجہ حرارت کا جدول مندرجہ ذیل ہے اسے بذریعہ راسی بارگراف ظاہر کیجیے۔

وقت	8 بجے صبح	10 بجے صبح	12 بجے دوپہر	1 بجے بعد دوپہر	3 بجے بعد دوپہر	4 بجے بعد از دوپہر	5 بجے شام
درجہ حرارت	25°C	26°C	29°C	27°C	23°C	22°C	21°C

4 - چند ممالک کی شرح پیدائش و اموات میں نسبت کو مندرجہ ذیل جدول سے دکھایا گیا ہے اس کی مدد سے جڑواں پٹیوں کا گراف بنائیے۔

مُلک	شرح پیدائش	شرح اموات
بھارت	33	24
جاپان	32	19
جرمنی	16	10
آسٹریلیا	20	9
نیوزی لینڈ	18	8
فرانس	21	16

5 - پاکستان کی چند سالوں کی درآمد و برآمد کو مندرجہ ذیل جدول میں دکھایا گیا ہے۔
اس درآمد و برآمد کا بار گراف (جڑواں پٹیاں) بنائیے۔

سال	درآمد (لاکھ روپوں میں)	برآمد (لاکھ روپوں میں)
1056 - 57ء	2400	1500
1957 - 58ء	2000	1500
1958 - 59ء	1500	1400
1959 - 60ء	2500	1900

6 - سوال 3 میں دیئے گئے اعداد و شمار کو بذریعہ خطی گراف ظاہر کیجیے۔
7 - رُوئی کی برآمد کا جدول مندرجہ ذیل ہے۔ اسے بذریعہ لائن گراف ظاہر کیجیے۔

سال	گانٹھیں (لاکھوں میں)
1971ء	3
1972ء	3.6
1973ء	4.2
1974ء	5.1
1975ء	6.7

10.4 پائی گراف :

اس گراف میں اعداد و شمار کو ایک دائرہ کے مختلف قطعات سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ پائی گراف بناتے وقت ہم اس بات کو ذہن میں رکھتے ہیں کہ دائرے کے تمام قطعات کے زاویوں کا مجموعہ

ہوتاہے۔ اعداد و شمار کے مجموعہ کو پائی گراف سے ظاہر کرنے کے لیے ہم ایک مناسب رداس کا دائرہ کھینچتے ہیں۔ اس دائرہ کو قطعات میں اس طرح تقسیم کیا جاتا ہے کہ مختلف اعداد و شمار واضح طور پر سامنے آ جائیں اور ان کا آپس میں تعلق بھی قائم رہے۔

پائی گراف بنانے کے طریقہ کی وضاحت مندرجہ ذیل مثال سے کی جاتی ہے۔

مثال : ایک سکول کے بچوں کی طرف سے سیلاب زدگان کی امداد کے لیے جو چندہ دیا گیا اس کے اعداد و شمار کا جدول مندرجہ ذیل ہے۔ ان اعداد و شمار کو بذریعہ پائی گراف ظاہر کیجیے۔

نام جماعت	پہلی	دوسری	تیسری	چوتھی	پانچویں
چندہ روپوں میں	300	180	120	90	210

حل : سکول کے بچوں کی طرف سے دیا گیا کُل چندہ :

$$300 + 180 + 120 + 90 + 210 = 900$$

900 روپے

کل چندہ کو ظاہر کرنے کے لیے ایک مناسب رداس کا دائرہ کھینچتے ہیں۔ اِس دائرہ کو مختلف سیکٹروں میں اس طرح تقسیم کیا جاتا ہے کہ ہر جماعت کا دیا ہوا چندہ واضح طور پر سامنے آ جائے اور ان کا آپس میں تناسب بھی قائم رہے۔ سیکٹروں کو بنانے کے لیے دائرہ کے مرکز پر مختلف زاویے بنائے جائیں گے۔

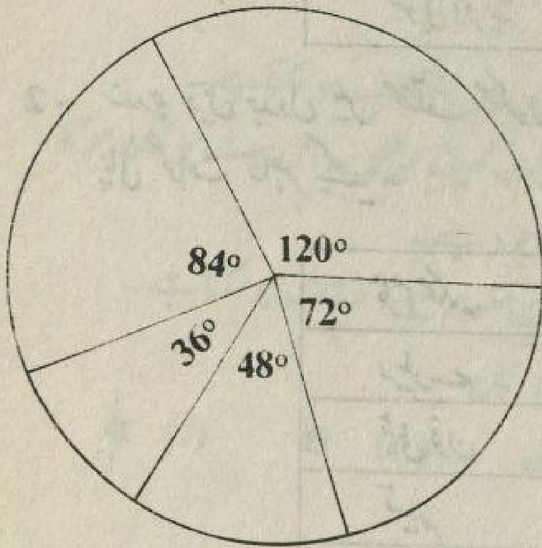
اس مثال میں جو سیکٹر پہلی جماعت کے بچوں کی طرف سے دیے گئے چندہ کو ظاہر کرے گا وہ دائرہ کے مرکز پر

$$\frac{300}{900} \times 360^\circ$$

یعنی 120° کا زاویہ بنائے گا۔

دوسری جماعتوں کے بچوں کی طرف سے دیے گئے چندہ کو ظاہر کرنے والے سیکٹروں کے زاویے اس طرح معلوم کر کے اگلے صفحے پر دیے گئے ہیں۔

نام جماعت	چندہ روپوں میں	مرکزی زاویہ درجوں میں
پہلی	300	120°
دُوسری	180	72°
تیسری	120	48°
چوتھی	90	36°
پانچویں	210	84°



پائی گراف کے لیے کسی رداس کا زاویہ کھینچا۔ پہلے اس دائرہ کے مرکز پر 120° کا زاویہ بنایا۔ پھر بالترتیب 72°, 48°, 36° اور 84° کے زاویے اس کے مرکز پر بنائے۔

120° والے زاویے کا سیکٹر پہلی جماعت کے بچوں کی طرف سے دیے گئے چندہ کو ظاہر کرتا ہے۔ جبکہ 72°, 48°, 36° اور 84° والے سیکٹر بالترتیب دوسری، تیسری، چوتھی اور پانچویں جماعت کے بچوں کی طرف سے دیے گئے چندہ کو ظاہر کرتے ہیں۔

مشق 10.2

1 - مندرجہ ذیل جدول میں مختلف ممالک کی گندم کی پیداوار کو دکھایا گیا ہے۔ اسے بذریعہ پائی گراف ظاہر کیجیے ۔

نام ملک	پیداوار (کوئنٹل میں)
روس	289
امریکہ	230
کینیڈا	108
پاکستان	55
بھارت	50
برطانیہ	12
مصر	11
جنوبی افریقہ	3

2 - مندرجہ ذیل جدول میں مختلف محکموں میں ملازمین کی تعداد کو دکھایا گیا ہے۔ اسے بذریعہ پائی گراف ظاہر کیجیے ۔

نام محکمہ	ملازمین کی تعداد (ہزاروں میں)
ریلوے	96
ٹیلی فون	50
تعلیم	32
زراعت	22
صحت	40

جوابات

مشق 1.1

1 - (i) درست (ii) درست (iii) غلط (iv) درست
(v) غلط (vi) درست (vii) غلط

2 - (i) درست (ii) درست (iii) درست (iv) غلط
(v) درست (vi) درست (vii) غلط۔ کیوں کہ 4 رُکن ہے B کا مگر A کا رکن نہیں ہے۔ (viii) درست (ix) غلط
دونوں باتیں بیک وقت درست نہیں ہیں۔

3 - (i) سیٹ نہیں کہہ سکتے کیونکہ ارکان c اور e دو دو مرتبہ آئے ہیں جبکہ سیٹ کے ارکان کی تکرار نہیں ہونا چاہیے۔
(ii) سیٹ ہے۔
(iii) سیٹ نہیں ہے " اچھے کھلاڑی " کے مفہوم میں اختلاف ہو سکتا ہے۔
(iv) سیٹ ہے۔ کیونکہ ارکان واضح ہیں جو بھی کرکٹ کھیلتا ہوگا وہ اس سیٹ کا رُکن ہوگا۔
(v) سیٹ نہیں کہہ سکتے کیونکہ ارکان کی تکرار موجود ہے۔
(vi) سیٹ نہیں کہہ سکتے کیونکہ " خوبصورتی " کے مفہوم میں اختلاف ہو سکتا ہے۔

4 - (i) ہاں (ii) ہاں (iii) ہاں

5 - (i) $\notin$ (ii) $\notin$ (iii) $\in$ (i) $\in$ (v) $\notin$

مشق 1.2

1 - متناہی سیٹ
2 - متناہی سیٹ
3 - غیر متناہی سیٹ
4 - متناہی سیٹ
5 - غیر متناہی سیٹ
6 - غیر متناہی سیٹ

7 - A - پہلے پانچ مثبت طاق اعداد کا سیٹ

B - 8 = پہلے پانچ قدرتی اعداد کے مربعوں کا سیٹ

C - 9 = 16 کے عادوں کا سیٹ ۔ 16 کے اجزائے ضربی کا سیٹ

D - 10 = 10 کے پہلے چار اضعاف کا سیٹ

E 11 = انگریزی کے پہلے چھ حروفِ تہجی کا سیٹ

F - 12 = انگریزی میں حروفِ علت کا سیٹ

G - 13 = پہلے پانچ مفرد اعداد کا سیٹ

H - 14 = 5 کے اضعاف کا سیٹ

J - 15 = مرکب اعداد کا سیٹ

K - 16 = "14" سے چھوٹے صحیح اعداد کا سیٹ

L - 17 = 30 کے عادوں کا سیٹ = 30 کے اجزائے ضربی کا سیٹ

18 - $\{-12, -10, -8, -6, -4, -2,\}$

19 - $\{-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$

20 - $\{5, 10, 15, 20, 25, \ldots\}$

21 - $\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$

22 - $\{\ldots, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \ldots\}$

23 - $\{7, 14, 21, 28, 35\}$

24 - $\{n, o, p, q\}$

مشق 1.3

1 - غیر مترادف
2 - مترادف
3 - غیر مترادف
4 - غیر مترادف
5 - مترادف
6 - غیر مترادف
7 - مترادف
8 - مترادف
9 - مترادف

مشق 1.4

1 - ہاں
2 - نہیں
3 - ہاں
4 - نہیں

5 - $A \cap B = \{4, 6\}$, $A \cup B = \{3, 4, 6, 8, 10\}$

6 - $C \cap D = \{2, 4\}$, $C \cup D = \{0, 1, 2, 4, 6, 8\}$

7 - $E \cap F = \{\ \}$, $E \cup F = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\}$

8 - $G \cap H = \{\ \}$, $G \cup H = \{13, 18, 23, 28, 33, 43, 48, 53, 55, 44\}$

9 - $J \cap K = \{\ \}$, $J \cup K =$ {ب ، ج ، د ، ک}

10 - $M \cap N = \{30, 60, 90, 120\}$, $M \cup N = \{30, 60, 90, 120\}$

11 - $A \cap B = \{19, 29, 37\}$, $A \cup B = \{17, 19, 23, 29, 31, 37\}$

12 - $A \cap B = \{6, 12, 18, 24\}$

$A \cup B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 30, 36\}$

13 - $C \cap D = \{\ \}$, $C \cup D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6 \ldots\}$

14 - $A \cap B = B$, $A \cup B = A$

15 - (i) $A \cap B = \phi$

(ii) $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 23, 29\}$

(iii) $B \cap C = \{4, 8, 12, 16\} = C$,

(iv) $B \cup C = B$,

(v) $A \cap C = \{\ \}$

(vi) $A \cup C = \{2, 3, 4, 5, 7, 8, 11, 12, 13, 16, 17, 19, 23, 29\}$

16 - خالی سیٹ　　17 - خالی سیٹ　　18 - خالی سیٹ

19 - خالی سیٹ نہیں ہے۔　　20 - خالی سیٹ نہیں ہے۔

مشق 1.5

1 - $A \setminus B = \{7\}$, $B \setminus A = \{\ \}$ $A \setminus B \neq B \setminus A$

2 - $A \setminus B = \{4, 8, 16\}$,

$B \setminus A =$ 3, 6, 9, 18 $A \setminus B \neq B \setminus A$.

3 - $A \setminus B = \{13, 16, 19\}$, $B \setminus A = \{5, 15, 20\}$, $A \setminus B \neq B \setminus A$

4 - $A \setminus B = U$, $B \setminus A = \phi$, $A \setminus B \neq B \setminus A$.

5 - $A \setminus B = \{40, 48, 56\}$, $B \setminus A = \{4, 12, 20, 28\}$, $A \setminus B \neq B \setminus A$

6 - $A \setminus B = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}\}$, $B \setminus A = \{2, 4, 6\}$, $A \setminus B \neq B \setminus A$.

7 - $A \setminus B = A$, $B \setminus A = B$, $A \setminus B \neq B \setminus A$.

8 - $A \setminus B = \{4, 9, 16, 25, 36\}$,
$B \setminus A = \{8, 27, 64, 125\}$. $A \setminus B \neq B \setminus A$

9 - $A' = \{1, 3, 5, 7, 9\}$.

10 - $A' = \{2, 6, 10, 14, 18\}$.

11 - $A' = \{1, 3, 5, 7, \ldots, 29, 31, 32, 33, \ldots, 50\}$

12 - $A' = \{0\}$,

14 - (i) $U' = \phi$, (ii) $A' = U$.

مشق 2.1

1 - $\frac{1}{8}$	2 - 0.5	3 - $6\frac{2}{7}$	4 - 3	5 - $6\frac{3}{4}$
6 - 11	7 - $13\frac{1}{2}$	8 - $\frac{2}{3}$	9 - 1.3	10 - 1.7
11 - 3	12 - 10.6	13 - 4.83	14 - 1.008	15 - 6
16 - 2.69	17 - 5.76	18 - 2.69	19 - $1\frac{1}{56}$	20 - $\frac{7}{60}$

مشق 2.2

1 - 1 میٹر 20 سینٹی میٹر   2 - 18 میٹر   3 - $\frac{3}{10}$ 4 - $\frac{3}{10}$ 5 - 22400 روپے

6 - 450 روپے   7 - 16000 روپے، بیوہ کا حصہ 2000 روپے، ورثا کا حصہ 9800 روپے

8 - 480 روپے

مشق 3.1

1 - 6   2 - 8   3 - 9

4 - 12	5 - 15	6 - 14
7 - 16	8 - 20	9 - 21
10 - 22	11 - 24	12 - 25
13 - 27	14 - 28	15 - 32
16 - 30	17 - 35	18 - 36
19 - 40	20 - 44	21 - 48
22 - 55	23 - 64	24 - 66

مشق 3.2

1 - $\frac{4}{5}$	2 - $\frac{6}{7}$	3 - $\frac{7}{9}$
4 - $\frac{15}{16}$	5 - $\frac{5}{6}$	6 - $\frac{3}{7}$
7 - $\frac{2}{5}$	8 - $\frac{18}{25}$	9 - $2\frac{1}{4}$
10 - $3\frac{1}{2}$	11 - $3\frac{1}{4}$	12 - $2\frac{1}{7}$
13 - $8\frac{2}{5}$	14 - $3\frac{4}{7}$	15 - $5\frac{5}{6}$
16 - 2.5	17 - 5.5	18 - 4.5
19 - 2.7	20 - 3.6	

مشق 3.3

1 - 210 میٹر	2 - 88 کلومیٹر	3 - 44 طلبہ	4 - 28 طالب علم
5 - 77 جوان	6 - 720 میٹر	7 - 20 میٹر	8 - 210 روپے

مشق 4.1

1 - 2 : 3	2 - 13 : 11	3 - 6 : 7	4 - 11 : 12

5 - 1720 اینٹیں | 6 - 162.50 روپے | 7 - 13 سم

8 - 52 % | 9 - 19200 روپے | 10 - $637\frac{1}{2}$ کلوگرام

مشق 4.2

1 - 2 : 5 : 3 | 2 - 3 : 7 : 2 | 3 - 9 : 6 : 8

4 - 6 : 9 : 8 | 5 - 2 : 4 : 5 | 6 - 4 : 6 : 5

7 - 15 : 6 : 10 | 8 - 15 : 9 : 20 | 9 - 18 : 20 : 15

10 - 21 : 6 : 8

11 - 20 : 21 : 28 | 12 - 2 : 5 : 15 | 13 - 15 : 6 : 8

14 - 4 : 2 : 3

مشق 4.3

1 - اشرف کا حصہ 180 روپے ، نذیر کا حصہ 240 روپے ، مجید کا حصہ 400 روپے

2 - اکرم کا حصہ 1848 روپے ، طلعت کا حصہ 2310 روپے ، رشید کا حصہ 4235 روپے

3 - x = 90 روپے ، y = 225 روپے ، z = 300 روپے

4 - پنکھا 1200 روپے ، میز 2000 روپے ، پلنگ 1600 روپے

5 - احمد 406 روپے ، رحمت 116 روپے ، برکت 87 روپے

6 - چاندنی 390 روپے ، شبنم 312 روپے ، روبینہ 240 روپے

7 - شورہ 4 کلوگرام ، کوئلہ 20 کلوگرام ، گندھک 30 کلوگرام

8 - ابراہیم 600 روپے ، صدیق 480 روپے ، مجید 640 روپے

9 - زاویہ A40° ، زاویہ B60° ، زاویہ C80°

10 - طاہرہ 144 روپے ، خدیجہ 192 روپے ، زبیدہ 288 روپے

مشق 5.1

1 - (ii) 30 , $\frac{30}{100}$ | (iii) 25 سودیں , $\frac{25}{100}$

(iv) 3 ; سودیں (v) $\frac{9}{100}$ 9 سودیں

(vi) 15, $\frac{15}{100}$ (vii) 48, 48 سودیں

(viii) $\frac{90}{100}$, 90 سودیں (ix) 1, 1 سودیں

(x) $\frac{100}{100}$, 100 سودیں

2 - 85% 3 - 53% 4 - 1%, 5% 20%, 70%, 95%

مشق 5.2

1 - (i) .99 (ii) 3.25 (iii) .125
(iv) .775 (v) .035 (vi) .125
(vii) .395 (viii) .085 (ix) 1.125
(x) .015

2 - (i) 2.5% (ii) 8.5% (iii) 10.5%
(iv) 37.5% (v) 40% (vi) 90%
(vii) 0.3% (viii) 8.8% (ix) 325%
(x) 3370%

3 - (i) $\frac{1}{40}$ (ii) $\frac{27}{400}$ (iii) $\frac{1}{8}$
(iv) $\frac{1}{30}$ (v) $\frac{1}{6}$ (vi) $\frac{1}{3}$
(vii) $\frac{2}{3}$ (viii) $\frac{28}{125}$ (ix) $\frac{81}{250}$
(x) $\frac{201}{250}$

4 - (i) 25% (ii) 20% (iii) 35%
(iv) 65% (v) 32% (vi) $62\frac{1}{2}$%
(vii) $37\frac{1}{2}$% (viii) $56\frac{1}{4}$% (ix) $56\frac{2}{3}$%

(x) $36\frac{2}{3}$ %

5 - (i) 50% (ii) 25% (iii) 50%

(iv) $33\frac{1}{3}$ % (v) $12\frac{1}{2}$ % (vi) 75 %

(vii) 40% (viii) 60%

(ix) $16\frac{2}{3}$ % (x) 100%

6 - 25% 7 - $\frac{17}{20}$

8 - (i) $\frac{9}{10}$ ، (ii) $\frac{87}{100}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{7}{200}$, $\frac{3}{200}$, $\frac{1}{100}$

مشق 5.3

1 - (i) □ = 3 (ii) □ = 25 (iii) □ = 28 (iv) □ = 50

2 - (i) 425 کا 60% بڑی ہے 324 کا 75% سے 12,

(ii) 360 کا 35% بڑی ہے 400 کا 28% سے 14,

(iii) 900 کا 55% برابر ہے 1650 کا 30% سے

3 (i) 500 (ii) □ = 250 (iii) □ = 400 (iv) □ = 1125

4 - 299 انڈے 5 - 14840 6 - 40 تجربے

7 - 180 انڈے 8 - 120 روپے, 1080 روپے 9 - 1067 لڑکے

10 - 220 صفحے 11 - $13\frac{1}{3}$ فیصد 12 - 75 فیصد

13 - 10 فیصد 14 - $16\frac{2}{3}$ فیصد 15 - 29625 روپے

16 - 98 فیصد 2 فیصد 17 - 64 فیصد, 36 فیصد 18 - 65 فیصد

مشق 5.4

1 - 12000 روپے 2 - اقبال کا نفع = 40% ، اکرم کا نفع = 60%

3 - ہر ایک کا فیصد حصہ = $33\frac{1}{3}$

4 - اعجاز کا نفع فیصد = $47\frac{1}{17}$ ، عبدالرحمٰن کا نفع فیصد = $52\frac{16}{17}$

5 - اصغر کا نفع فیصد = $44\frac{4}{9}$ ، شریف کا نفع فیصد = $55\frac{5}{9}$

6 - ظفر کا نفع فیصد = $39\frac{3}{23}$ ، انور کا نفع فیصد = $60\frac{20}{23}$

7 - حمید کا نقصان فیصد = $81\frac{9}{11}$ ، مجید کا نقصان فیصد = $18\frac{2}{11}$

8 - یونس کے لیے کرایہ = 255 روپے ، پرویز کے لیے کرایہ = 340 روپے

مشق 5.5

1 - 70 روپے
2 - 28.50 روپے
3 - 40.50 روپے
4 - 58.19 روپے
5 - 9.20 روپے
6 - 54740 روپے
7 - کمیشن ـ 240 روپے ، شفیع کا حصہ ـ 11880 روپے ، رفیع کی رقم ـ 12120 روپے
8 - 600 روپے۔

مشق 5.6

1 - 25 فی صد نفع
2 - 20 فی صد نفع
3 - $12\frac{1}{2}$ فی صد نفع
4 - 5 فی صد نفع
5 - 12 فی صد نقصان
6 - $16\frac{2}{3}$ فی صد نفع
7 - $6\frac{2}{3}$ فی صد نقصان
8 - 40 فی صد نفع
9 - 25 فی صد نفع
10 - $2\frac{7}{9}$ فی صد نقصان۔

مشق 5.7

1 - 1080 روپے
2 - 135 روپے
3 - 1062.50 روپے
4 - 2.50 روپے فی کلوگرام
5 - 126 روپے
6 - 18.75 روپے
7 - 17.25 روپے
8 - 640.50 روپے
9 - 0.70 روپے فی کلوگرام

مشق 5.8

1 - 36 روپے

2 - 2300 روپے

3 - 500 روپے

4 - 4.16 روپے

5 - 1080 روپے

6 - 0.50 روپے فی کیلا

7 - 600 روپے

مشق 5.9

1 - 125 روپے

2 - 105 روپے

3 - 82.40 روپے

4 - 437.50 روپے

5 - 1017.50 روپے

6 - 2375 روپے

7 - 160000 روپے

8 - 20000 روپے

9 - 7400 روپے

10 - 280000

مشق 6.1

1 - 6

2 - 25

3 - -8

4 - 15

5 - -32

6 - 9

7 - -1

8 - $3, 5, -6$

9 - $\frac{-5}{3}, 15, -5, 1$

10 - 15, 5

11 - $3, \frac{5}{8}$

12 - $-a, b$

13 - تینوں رقوم مختلف قسم کی ہیں

14 - $(3y^2, -2y^2), (-7y, 7y)$

15 - $(4b^2, -7b^2), (3b, 5b)$

16 - $(2y^2, -2y^2)$

17 - $(4v, -7v)$

مشق 6.2

1 - $11a + 7b$

2 - $7a + 10b$

3 - $10a + 7b$

4 - $10b^2 + 10c^2$

5 - $3a + 4b + 2c$

6 - $20a + 8b + 6c$

7 - $5b^2 + 8c^2$

8 - $7ab + 11bc + 4cd$

9 - $27a^2 + 23b^2 + 10ab$

10 - $13a + 6b + 7c + 3d$

11 - $13a + 11b$

12 - $3a + 7b + 9c + 11d$

مشق 6.3

1 - $9a + 12b + 15c$

2 - $19a + 18b + 17c$

3 - $15a + 11b + 10c$

4 - $18d + 13e + 17f$

5 - $16.5a + 15.1b + 8.9c$

6 - $16.4a + 13.5b + 10.5c$

7 - $21a + 27b + 33c$

8 - $19a + 22b + 25c$

9 - $25a + 13c + 18e$

10 - $16b + 20c + 22d$

11 - $11a^2 + 13b^2 + 11c^2$

12 - $16b^2 + 30bc + 13c^2$

مشق 6.4

1 - $4a + 4b + 7c$

2 - $4a + 8b + 6c$

3 - $5a + 3b + 4c$

4 - $6b + 10c + 8d$

5 - $6b + 3c + 2d$

6 - $5c + 6d + 8e$

7 - $5c + 2d$

8 - $4a + 5b + 7c$

9 - $6a^2 + 5b^2 + 4c^2$

10 - $2a^2 + 4b^2 + c^2$

11 - $7c^2 + 5d^2 + 3e^2$

12 - $20ab + 6bc + 4cd$

مشق 6.5

1 - $60a^2$

2 - $120b^2$

3 - $54cd$

4 - $26a^{10}$

5 - $16b^{16}$

6 - $50d^9$

7 - $24c^7d^2$

8 - $52e^8$

9 - $120b^3c^4$

10 - $36a^3b^3$

11 - $33c^3d^4e^5$

12 - $8a^3b^2c$

مشق 6.6

1 - $32a + 16b$

2 - $36b + 60c$

3 - $8a^2 + 20ab + 8b^2$

4 - $56a + 64b + 72c$

5 - $66c + 90d + 120e$

6 - $24c^2 + 52cd + 48ce + 24d^2 + 32de$

7 - $10b^4 + 18b^2c^4 + 26b^2d^6 + 30b^2d^4 + 54c^2d^4 + 78d^{10}$

8 - $12a^6 + 24a^4b^2 + 36a^4c^8 + 8a^2b^3 + 16b^5 + 24b^3c^8$

9 - $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$

10 - $a^4 + 2a^3b + 2a^2b^2 + 2ab^3 + b^4$

11 - $9bc + 13bd + 17be + 9ck + 13dk + 17ek$

12 - $ad + bd + cd + ae + be + ce + af + bf + cf$

13 - $a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3$

مشق 6.7

1 - a

2 - a^3

3 - b^5

4 - c^4

5 - d^9

6 - a^8

7 - b^2c^5

8 - b^2c^4

9 - c^7d^4

10 - $4a^6$

11 - $5b^8$

12 - $7c^5$

13 - $8b^3c^7$

14 - $6c^4d$

مشق 6.8

1 - $2a^2 + 3a^6$

2 - $2a^4 + 4a^8$

3 - $2ab + 3a^4b^4$

4 - $ab + 2a^3b^3 + 3a^5c^5$

5 - $3a^6 + 2a^2 + 1$

6 - $2b^4c^2 + 4b^5c^6 + 5b^3c$

7 - $5 + 7c^2d^2 + 9c^5d^{13}$

8 - $5de^3 + 7d^2e^4 + 11d^3e^5$

مشق 6.9

1 - $2a + 3b$

2 - $5c + 7d$

3 - $4b + 2c$

4 - $4a^2b + 3ab^2$

5 - $5b^3c^2 + 7b^2c^3$

6 - $15c^4d^3 + 9c^3d^4$

7 - $a^2 + 2ab + b^2$

8 - $c^2 + cd + d^2$

9 - $c^2 + cd + d^2$

10 - $2b^4c^2 + 3b^3c^3 + 4b^2c^4$

مشق 7.1

1 - (i) $x + 3 = 8$

(ii) $x - 5 = 13$

(iv) $y + 5 = 11$

(vii) $2x + 3 = 15$

(viii) $3y + 2 = 17$

(x) $8x + 7 = 2 + y$

2 - (i) متغیر = ایک، درجہ = ایک

(ii) متغیر = ایک، درجہ = ایک

(iii) متغیر = ایک، درجہ = دو

(iv) متغیر = دو ، درجہ = ایک

(v) متغیر = دو ، درجہ = دو

(vi) متغیر = ایک، درجہ = دو

(vii) متغیر = ایک، درجہ = ایک

(viii) متغیر = ایک، درجہ = ایک

3 - طلبہ خود حل کریں۔

مشق 7.2

1 - {6}	2 - {8}	3 - {10}
4 - {9}	5 - {5}	6 - {6}
7 - {13}	8 - {8}	9 - {6}
10 - {3}	11 - {7}	12 - {4}
13 - {3}	14 - {3}	15 - {6}
16 - {3}	17 - {2}	18 - {3}
19 - {9}	20 - {11}	21 - {1}
22 - {2}	23 - {6}	24 - {2}
25 - {9}	26 - {5}	27 - {4}
28 - $\left\{\frac{1}{3}\right\}$	29 - $\left\{\frac{24}{5}\right\}$	30 - {22}

مشق 9.1

1 - 1744 مربع میٹر

2 - 1020 روپے

3 - 456 مربع سم

4 - 300 پیڑ

5 - 57360 روپے

6 - 1500 مُربع میٹر

7 - 2240 روپے

8 - 3.16 میٹر تقریباً

9 - 5 میٹر

10 - 16000 روپے

11 - 140 مربع میٹر

12 - 9562.50 روپے

13 - $4\frac{2}{3}$ میٹر

14 - 100 چٹائیاں

مشق 9.2

1 - (v) 176 ڈم, 28 ڈم (vi) 114.4 میٹر, 18.2 میٹر

(vii) 12.5 سم, 78.5 سم
(viii) 30 میٹر, 94.2 میٹر
(ix) 115.5 میٹر, 57.75 میٹر
(x) 35 میٹر, 17.5 میٹر

2 - 11 میٹر
3 - 484 سم
4 - 26.4 سم
5 - 0.35 میٹر
6 - 0.42 میٹر
7 - 7.35 میٹر
8 - 70 میٹر
9 - 2970 روپے
10 - 4.4 میٹر
11 - 15276.8 ڈیسی میٹر
12 - 250 چکر
13 - 59 کلومیٹر ، 400 میٹر
14 - 3500 میٹر

مشق 9.3

1 - (v) 4.2 سم, 13.86 مربع سم
(vi) 3.15 مم, 31.185 مربع مم
(vii) 22,5 ڈم, 1589.625 مربع ڈم
(viii) 50 سم, 1962.5 مربع سم
(ix) 28 سم, 56 سم
(x) 14 میٹر, 28 میٹر
(xi) 3 میٹر, 6 میٹر
(xii) 2 ڈم , 4 ڈم

2 - 38.5 مربع میٹر
3 - 31.185 مربع میٹر
4 - 17584 روپے
5 - 311.85 روپے
6 - 15700 روپے
7 - 9.625 مربع کلومیٹر
8 - 176 کلوگرام
9 - 45216 روپے
10 - 4.949 کلوگرام
11 - 3.5 سم
12 - 875 ڈیسی میٹر
13 - 20 میٹر
14 - 1962.5 مربع سم
15 - 88 میٹر
16 - 14 میٹر
17 - 19.49 میٹر
18 - 2002 مربع سم

مشق 9.4

1 - 32768 مکعب سم

2 - 10 پھیرے

3 - 74088 مکعب سم

4 - 450 مشکیں

5 - 2056 مکعب سم

6 - 120 ٹکڑے

7 - 127 کلوگرام 280 گرام

8 - 40000 اینٹیں

9 - 1242.75 روپے

10 - 32 منٹ

11 - 4232.40 روپے

12 - 15360 روپے

مشق 9.5

1144 مربع سم, 528 مربع سم, 14 سم (i)

668.25 مربع سم, 528 مربع سم, 5.25 سم (ii)

2464 مربع ڈم, 1232 مربع ڈم, 28 ڈم (iii)

1232 مربع میٹر, 924 مربع میٹر, 7 میٹر (iv)

2 - 440 مربع سم

3 - 264 مربع سم

4 - 6.60 روپے

5 - 55 روپے

6 - 6600 روپے

7 - 3768 روپے

8 - 1821.60 روپے

مشق 9.6

1 - (i) 100 مکعب مم, 10 مم

(ii) 375 مکعب سم, 12 سم

(iii) 1836 مکعب ڈم, 7 ڈم

(iv) 13860 مکعب میٹر, 21 میٹر

(v) 4950 مکعب سم, 7.5 سم

(vi) 20790 مکعب ڈم, 10.5 ڈم

2 - 5024 مکعب ڈم

3 - 6.237 مکعب میٹر

4 - 19.25 مکعب میٹر

5 - 88 مکعب میٹر

6 - 706500 مکعب سم

7 - 1584 لٹر

8 - 1.3888 کلوگرام

9 - 13860 روپے

10 - 57750 روپے

تیار کردہ : پنجاب ٹیکسٹ بُک بورڈ، لاہور۔

منظور کردہ : قومی ریویو کمیٹی، وفاقی وزارتِ تعلیم، حکومتِ پاکستان۔

قومی ترانہ

پاک سرزمین شاد باد　　کشورِ حسین شاد باد
تُو نشانِ عزمِ عالی شان　　ارضِ پاکستان
مرکزِ یقین شاد باد

پاک سرزمین کا نظام　　قوّتِ اُخوّتِ عوام
قوم، مُلک، سلطنت　　پائندہ تابندہ باد
شاد باد منزلِ مُراد

پرچم ستارہ و ہلال　　رہبرِ ترقّی و کمال
ترجمانِ ماضی شانِ حال　　جانِ استقبال
سایۂ خُدائے ذُوالجلال

22753

سیریل نمبر

تعداد اشاعت	قیمت	طباعت	ایڈیشن	تاریخ اشاعت
40000	8.20	اوّل	اوّل	اپریل 1987